

تارين (١) على تنظيم البيانات في مصفوفات**[١] أكمل ما يأتي بالإجابة الصحيحة :**

١ إذا كانت M مصفوفة على النظم 2×2 وكانت $M = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ ، $M = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ ، $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ فان المصفوفة M تكون على صورة

٢ إذا كانت $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 0 \end{pmatrix}$ فان B تسمى مصفوفة وتكون على نظم

٣ إذا كانت $S = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ فان S تسمى مصفوفة وتكون على نظم

٤ إذا كانت $V = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ فان المصفوفة V تكون على نظم
 $V_{21} = \dots$ ، $V_{32} = \dots$ ،

٥ إذا كانت \square هي المصفوفة الصفرية على النظم 3×3 فان المصفوفة \square^3 هي

٦ إذا كانت $S = \begin{pmatrix} 3 & 4 \end{pmatrix}$ فان $S^3 = \dots$ وتكون على نظم

٧ إذا كانت $S = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 9 \end{pmatrix}$ ، $S^3 = S$ فان $S^3 = \dots$ ، $S^3 = \dots$ ،

٨ إذا كانت $\begin{pmatrix} 10 & 2 \\ 8 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 4 \\ 8 & 2 \end{pmatrix}$ فان $P = \dots$

[٢] اكتب جميع عناصر المصفوفات الآتية

١ $[P]_{2 \times 3} = P$ ، $1, 2, 3 = E$ ،

٢ $[B]_{3 \times 3} = B$ ، $1, 2 = E$ ،

٣ $[J]_{3 \times 3} = J$ ، $1 = E$ ، $1, 2, 3 = E$ ،

[٣] اكتب نوع كل مصفوفة ونظمها

$$\textcircled{1} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \quad \textcircled{2} (8 \quad 0 \quad 6 \quad 4) \quad \textcircled{3} \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\textcircled{4} \begin{pmatrix} : & : \\ : & : \end{pmatrix} \quad \textcircled{5} \begin{pmatrix} : & 1 \\ 4 & : \end{pmatrix} \quad \textcircled{6} \begin{pmatrix} : & : \\ 1 & : \end{pmatrix}$$

$$\textcircled{7} \text{ استخدم المصفوفة } \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \\ 7 & 0 \end{pmatrix} \text{ للإجابة عن ما يلي}$$

١ ما نظم المصفوفة ب ؟
٢ ما قيمة ب_{١١} ، ب_{١٢} ؟

٥ [٥] أوجد قيم م ، ع ، ٧ ، ٤ إذا علم أن :

$$\begin{pmatrix} ٧٢ & ٢١ \\ ٠ & ١٥ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٨ & ٣٣ \\ ٣ - ٧٢ & ع + ٣٢ \end{pmatrix}$$

[٨ ، ١١ ، ٤ ، ٧]

٦ [٦] أوجد قيم م ، ع ، ٧ ، ٤ إذا علم أن :

$$\begin{pmatrix} ٤ & ١٥ \\ ٣ & ٧ + م \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ع + م & ٣٥ \\ ٧ + ٣٢ & ٧ \end{pmatrix}$$

[١٤ ، ٣ - ، ١٠ ، ٧]

$$\textcircled{U} \text{ إذا كانت } \begin{pmatrix} ٧٣ + ٣٢ \\ ٧٧ + م \end{pmatrix} = \textcircled{P} ، \text{ أوجد قيم م ، ٧ } \quad \begin{pmatrix} ٣ & ٠ - \end{pmatrix} = \textcircled{B} ،$$

التي تحقق أني $\textcircled{P} = \textcircled{B}$ ومن ثم أوجد \textcircled{P}

$$\textcircled{n} \text{ إذا كانت } \begin{pmatrix} ع + ٣٣ & ٠ - \\ ٣ & ٤ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ١ - & ٧ - ٣٣ \\ ٧٢ + م & ٤ \end{pmatrix} \text{ أوجد قيم م ، ٧}$$

[١٠ ، ٢ ، ١ -]

✍ [٩] أوجد قيم $\omega, \epsilon, \varphi, \mu$ التي تحقق

$$\begin{pmatrix} 8 & 6 \\ 0 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu^3 + \varphi - \omega & \epsilon + \varphi + \omega \\ \varphi - \omega & \varphi + \omega \end{pmatrix}$$

[١, ٣, ٢, ٧]

✍ [١٠] أوجد قيم $\omega, \varphi, \mu, \lambda$ التي تحقق أن :

$$\begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ \mu & 1 + \varphi \mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 - \lambda & 1 + \omega \\ \frac{1}{\lambda} & \epsilon \end{pmatrix}$$

[$\frac{1}{2}, 2, -\frac{3}{2}, 2 \pm$]✍ [١١] أوجد قيم $\omega, \varphi, \mu, \epsilon$ التي تحقق أن :

$$\begin{pmatrix} 1 - \omega & \lambda \\ 8 & \varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 8 \\ \varphi + \epsilon & 1 - \epsilon \end{pmatrix}$$

[٢, ٩, ١, ٤ ±]

✍ [١٢] أوجد قيم $\omega, \varphi, \mu, \lambda$ التي تحقق أن :

$$\begin{pmatrix} 3 + \omega \mu & 36 \\ \mu - 7 & 16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 - \varphi \omega & \omega \epsilon \\ \mu + \lambda \epsilon & \mu - 3 \end{pmatrix}$$

[0, ٢, ٦, ٩]

✍ [١٣] أكتب المصفوفة $A = [a_{ij}]$ عند $a_{ij} = 2 - i + j$ إذا كانت A على نظم 3×3

2 ثم أوجد A^{30} ولكنه C ثم اذكر نظم C وقيمة كل منه C_{31}, C_{32}

✍ [١٤] إذا كانت المصفوفة $B = [b_{ij}]$ حيث $b_{ij} = 3 - i$ ، B على نظم 3×3

أكتب المصفوفة B ، B^{30} ولكنه $A = [a_{ij}]$ أوجد كل منه $A_{11}, A_{12}, A_{21}, A_{22}, A_{31}, A_{32}$

✍ [١٥] كون المصفوفة $S = [s_{ij}]$ وهي على نظم 2×2 حيث

$$\left. \begin{array}{l} \text{صفر عند } s_{ij} = 0 \\ s_{ij} = 1 \text{ عند } s_{ij} \neq 0 \end{array} \right\} = S$$



تارين (٢) على العمليات على المصفوفات

✍ [١] أجز العمليات التالية ان أمكن :

$$\textcircled{1} \begin{pmatrix} ٤ & ٣ & ٢- \\ ٩ & ٣ & ١- \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ٢- & ١ & ٤ \\ ٠ & ٣ & ٣ \end{pmatrix}$$

$$\textcircled{2} \begin{pmatrix} ٣ & ٢- \\ ٦ & ٨ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ١- & ٠- \\ ١ & ٣ & ٩ \end{pmatrix}$$

$$\textcircled{3} \begin{pmatrix} ٠ & ٤ & ٣- \\ ٣ & ٠ & ١ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ٣ & ٠ & ١ \end{pmatrix}$$

$$\textcircled{4} \begin{pmatrix} ٨ & ٦ \\ ٠ & ٩ \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} ٠ & ٤ \\ ٠ & ١ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ١ & ٦ \\ ٣ & ٠ \end{pmatrix}$$

$$\textcircled{5} \begin{pmatrix} ٨ & ٠ \\ ٠ & ٣ \\ ٤ & ٧ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ١- & ٢- & ١ \\ ٠ & ٠ & ٠ \end{pmatrix}$$

$$\textcircled{6} \begin{pmatrix} ٠- & ٢- & ١ \\ ٠ & ٠ & ٣ \end{pmatrix} = \text{ج} ، \begin{pmatrix} ٤- & ١- & ٣ \\ ١ & ٣ & ٧- \end{pmatrix} = \text{أ} \text{ إذا كانت}$$

أوجد كلا من

$$\text{ج} ، \begin{pmatrix} ٠ & ٨- & ٠ \\ ٩ & ١ & ١ \end{pmatrix}$$

$$\textcircled{4} \text{ أ} - \text{ب} - \text{ج}$$

$$\textcircled{3} \text{ أ} - \text{ب} + \text{ج}$$

$$\textcircled{2} \text{ أ} + \text{ب} - \text{ج}$$

$$\textcircled{1} \text{ أ} + \text{ب} + \text{ج}$$

$$\textcircled{7} \begin{pmatrix} ٢ & ١- & ٠ \\ ٠ & ٠- & ٦ \\ ١- & ٦ & ٨- \end{pmatrix} = \text{ب} ، \begin{pmatrix} ٠ & ٣ & ٤- \\ ٢ & ٠ & ٠ \\ ١ & ٩- & ٦ \end{pmatrix} = \text{أ} \text{ إذا كانت}$$

أوجد المصفوفة $\text{ج} = (\text{أ} + \text{ب})^{\text{٣٠}}$ ومن ثم عين قيمة كل من $\text{ج}_١$ ، $\text{ج}_٢$ ، $\text{ج}_٣$



$$\begin{pmatrix} 0 & 4- & 2- \\ . & 1 & 0- \end{pmatrix} = \text{ب} , \quad \begin{pmatrix} 10 & 9- & 1- \\ 0 & 2- & . \end{pmatrix} = \text{أ} \quad \text{إذا كانت } [Z]$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 3- & 1- \\ 1 & . & 2- \end{pmatrix} = \text{ج} \quad \text{اثبت أن } \text{أ} + \text{ب} = 0 = \text{ج}$$

$$\begin{pmatrix} . & 3 & 4- \\ 2 & 1 & . \\ 0 & 1- & . \end{pmatrix} = \text{ج} , \quad \begin{pmatrix} . & 1 & 1- \\ 1 & 0 & 3 \\ 3- & 1- & 1 \end{pmatrix} = \text{ب} , \quad \begin{pmatrix} . & 1 & 1- \\ 2 & 2 & . \\ 1 & 3- & 4 \end{pmatrix} = \text{أ} \quad \text{إذا كانت } [O]$$

$$\text{أوجد المصفوفة } \text{س} = \text{أ} + \text{ب} - \text{ج}$$

$$\begin{pmatrix} 2- & 4- \\ 1- & 1 \end{pmatrix} = \text{ج} , \quad \begin{pmatrix} 0 & 2- \\ 1 & 2- \end{pmatrix} = \text{ب} , \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ . & 1 \end{pmatrix} = \text{أ} \quad \text{إذا كانت } [I]$$

$$\text{أوجد المصفوفة } \text{س} = \text{أ} - \text{ب} + \text{ج}$$

$$\begin{pmatrix} 3- & 1- \\ 1 & 4- \\ . & 2- \end{pmatrix} = \text{ب} , \quad \begin{pmatrix} 1 & 3- \\ . & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \text{أ} \quad \text{إذا كانت } [U]$$

$$\text{أوجد المصفوفة } \text{س} \text{ التي تحقق المعادلة : } \text{س} + \text{أ} - \text{ب} = \square$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 4- \\ 1- & . \\ 2- & 1 \end{pmatrix} = \text{ج} , \quad \begin{pmatrix} 2- & 3- \\ . & 3- \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = \text{ب} , \quad \begin{pmatrix} 1 & 1- \\ . & 1 \\ 1 & . \end{pmatrix} = \text{أ} \quad \text{إذا كانت } [n]$$

$$\text{أوجد المصفوفة } \text{س} \text{ التي تحقق المعادلة : } \text{س} + \text{أ} + \text{ب} = \text{ج}$$



[٩] إذا كانت $P = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 3 & . \end{pmatrix}$ ، $Q = \begin{pmatrix} 3 & 9 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ ، $R = \begin{pmatrix} 3- & 7- \\ . & 1 \end{pmatrix}$ ،

فأوجد المصفوفة S التي تحقق المعادلة : $2(S - Q) = 4(S + R) - P$

[١٠] إذا كانت $P = \begin{pmatrix} . & 2- & 2- \\ 1 & . & . \\ 1 & 3- & . \end{pmatrix}$ ، $Q = \begin{pmatrix} . & . & 0 \\ 1 & . & 4 \\ 3 & 4 & . \end{pmatrix}$ ، $R = \begin{pmatrix} . & 1 & 1- \\ 2 & . & 1 \\ 1 & 1- & . \end{pmatrix}$ ،

فأوجد المصفوفة S التي تحقق المعادلة : $P + 3Q - 3S = 4R$

[١١] إذا كانت $P = \begin{pmatrix} . & 1- & 1 \\ 1 & 2- & 3 \end{pmatrix}$ ، $Q = \begin{pmatrix} 3- & 2 \\ 0 & . \\ 4 & 1- \end{pmatrix}$ ،

اثبت أن : $3P - 2Q = 3P - 2Q$

[١٢] **حقق العبارة الآتية :**

$$\begin{pmatrix} . & . \\ 1 & . \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} . & . \\ . & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & . \\ . & . \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} . & 1 \\ . & . \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2- & . \end{pmatrix}$$

واستخدم ذلك للتعبير عن المصفوفة $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2- & . \end{pmatrix}$ كمجموع أربعة مصفوفات على نظم 2×2

بحيث يحتوي كل منها على ثلاث أصفار وواحد بشرط تكون المصفوفة مضروبة في عدد مناسب



✍ [١٣] إذا كانت
$$3 = \begin{pmatrix} 4 & 14 & 3 \\ 14 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 7 \end{pmatrix}$$
 $3 = 3s + 2v + 7e$

فأوجد كلا من المصفوفات s, v, e

✍ [١٤] إذا كان مدور المصفوفة
$$\begin{pmatrix} 1-32 & 3+2 \\ 0 & 5-2 \end{pmatrix}$$
 يساوي المصفوفة المعكوسة الجمعية

للمصفوفة
$$\begin{pmatrix} 34 & 2 \\ 53 & 2+2 \end{pmatrix}$$
 أوجد قيم $2, 3, 5, 0$

✍ [١٥] إذا كانت
$$\begin{pmatrix} 1- & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 3- \end{pmatrix}$$

فأوجد قيمة $2, 3$

✍ [١٦] أوجد قيم $3, 4, 5$ التي تحقق أن :

$$\begin{pmatrix} 7- \\ 0 \\ 17 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4- \end{pmatrix} 5 + \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} 4 + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} 3$$

✍ [١٧] أوجد قيم $3, 4, 5$ التي تحقق أن :

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 0 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} 5 + \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} 3$$



✍ [١٨] أوجد قيم $ل$ ، $ع$ ، $ص$ ، $س$ التي تحقق أن :

$$[\dots] \begin{pmatrix} ١ & ٧ \\ ٧ & ١ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ٧ & ٧ \\ ٧ & ١ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٧٢ & ٤ \\ ٧ & ٣ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} ٤ & ٧ \\ ٣ & ٧ \end{pmatrix}$$

✍ [١٩] إذا كانت $س$ $\begin{pmatrix} ٧ & ٧ \\ ٣ & ٧ \end{pmatrix} = ص$ $\begin{pmatrix} ٢ & ٧ \\ ٣ & ٥ \end{pmatrix} = ع$ $\begin{pmatrix} ٣-٣ & ٢+٧ \\ ٤+٣ & ٣-٥ \end{pmatrix}$

فاوجد قيم $ل$ ، $ص$ ، $س$ ، $ع$ التي تحقق المعادلة : $س + ٣ص - ٢ع = [\dots]$

✍ [٢٠] إذا كانت $ل$ $\begin{pmatrix} ١- & ٤ \\ ٠ & ٣ \end{pmatrix} = ب$ ، $\begin{pmatrix} ١- & ٢ \\ ١ & ٣- \end{pmatrix} = ج$ ، $\begin{pmatrix} ٢ & ٣- \\ ٣ & ١ \end{pmatrix}$

أوجد المصفوفة $س$ التي تحقق أن : $٢ل - ٣ب + ٥ج - ١٠س$

✍ [٢١] إذا كانت $ل$ $\begin{pmatrix} ٢- & ١ \\ ٣ & ٤ \end{pmatrix} = ب$ ، $\begin{pmatrix} ١ & ٣ \\ ٠ & ١- \end{pmatrix}$

أوجد المصفوفة $س$ التي تحقق أن : $٣ل - ٢س = (ب + س)١٠$



تمارين [٣] على تنظيم البيانات فى مصفوفات

✍ [١] إذا كان $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \text{أ}$ ، $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \text{ب}$ ، **حقق ان: $\text{أ} \neq \text{ب}$**

✍ [٢] إذا كانت $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \text{أ}$ ، $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \text{ب}$ ، $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \text{ج}$ ، $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \text{د}$

اذكر أى من حواصل الضرب $\text{أ} \cdot \text{ب}$ ، $\text{أ} \cdot \text{ج}$ ، $\text{أ} \cdot \text{د}$ ، $\text{ب} \cdot \text{ج}$ ، $\text{ب} \cdot \text{د}$ ، $\text{ج} \cdot \text{د}$ يكون معرفا ثم اذكر نظم المصفوفة الناتجة وأوجدتها إذا كان حاصل الضرب ممكنا

✍ [٣] إذا كانت $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \text{أ}$ ، $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \text{ب}$ ، $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \text{ج}$ ، $\begin{pmatrix} 4 & 14 & 3 \\ 14 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 7 \end{pmatrix} = \text{د}$

اذكر أى حواصل الضرب $\text{أ} \cdot \text{ب}$ ، $\text{أ} \cdot \text{ج}$ ، $\text{أ} \cdot \text{د}$ ، $\text{ب} \cdot \text{ج}$ ، $\text{ب} \cdot \text{د}$ ، $\text{ج} \cdot \text{د}$ يكون معرفا ثم اذكر نظم المصفوفة الناتجة وأوجدتها إذا كان حاصل الضرب ممكنا

✍ [٤] إذا كانت $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = \text{ج}$ ، $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = \text{ب}$ ، $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix} = \text{أ}$

فأثبت أن : $\text{أ}(\text{ج} + \text{ب}) = (\text{ج} + \text{ب})\text{أ}$ ماذا تسمى هذه الخاصية

✍ [٥] إذا كانت $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \text{أ}$ ، $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & 4 & 3 \end{pmatrix} = \text{ب}$ ، $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \text{ج}$

فأثبت أن : $\text{أ}(\text{ج} + \text{ب}) = (\text{ج} + \text{ب})\text{أ}$ ماذا تسمى هذه الخاصية



$$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = E \cdot \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ - & 3- & 1 \\ & 3 & 1-0 \end{pmatrix} = J \cdot \begin{pmatrix} 0 & 3 & 2 \\ 0 & 4 & 1 \\ - & 3- & 1 \end{pmatrix} = \text{[6] إذا كانت}$$

فائیت آن : $\square = ۱۰ = ۱۰۱$ \bullet $۱ = ۱۰۱$ \bullet $۲ = ۱۰۱$ \bullet $۳ = ۱۰۱$ \bullet

~~[U]~~ إذا كانت $I = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ -2 & 3 & 1 \\ 4 & -1 & 7 \end{pmatrix}$ ، هي مصفوفة الوحدة على نظم 3×3

اثبت أن : $\mathbf{I} = \mathbf{I}^T$

~~[n]~~ إذا كانت $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} =$ أوجد كلا من ρ و λ هل هما متساويان

~~(9)~~ إذا كانت $I = \begin{pmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix}$ أوجد كلا من ρ و σ

~~(1.0)~~ إذا كانت $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = P$ ، $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} = A$ أثبت أن : $P^{-1}AP = B$ ، $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

❌ [II] إذا كان
$$\begin{pmatrix} 1- & \cdot \\ 2 & \cdot \\ \cdot & 4- \end{pmatrix} = \text{ج} \cdot \begin{pmatrix} \cdot & 2- & 4 \\ 4- & 1 & 2- \end{pmatrix} = \text{د}$$
 حق أن : $\text{ج} \cdot \text{د} = \text{ج} \cdot \text{د}$

ثبت أن : $\begin{pmatrix} \cdot & \cdot & 1 \\ \cdot & 1 & \cdot \\ 1 & \cdot & \cdot \end{pmatrix} = \mathcal{E}$ $\begin{pmatrix} \cdot & \cdot & 1 \\ \cdot & 1 & \cdot \\ 1 & \cdot & \cdot \end{pmatrix} = \mathcal{P}$ $\begin{pmatrix} \cdot & \cdot & 1 \\ \cdot & 1 & \mathcal{P} \\ 1 & \cdot & \cdot \end{pmatrix} = \mathcal{P} \mathcal{P} \mathcal{P} = \mathcal{P} \mathcal{P} \mathcal{P} = \mathcal{P}$ إذا كان \mathcal{P}



✍ [١٣] إذا كان $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = B$ ، $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} = A$ أوجد ناتج : $A \cdot B + B \cdot A$

✍ [١٤] إذا كانت $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} = A$ ، $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = B$ أثبت أن

① $A \cdot B = B \cdot A$ ② $B \cdot A = B \cdot B$ ③ $I \cdot B = B + A$ ④ $A \cdot B = B \cdot A$

✍ [١٥] إذا كانت $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = A$ أثبت أن : ① $A \cdot A = A$ ② $A \cdot A = I$

✍ [١٦] إذا كانت $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = A$ ، $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = B$ أثبت أن : $I = A \cdot B$

✍ [١٧] إذا كانت $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} = B$ ، $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = A$ أثبت أن $(A - B) \neq B + A$

✍ [١٨] إذا كانت $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = A$ أثبت أن $I \cdot A + B - A = (I \cdot B - A)$

✍ [١٩] إذا كانت $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = A$ أثبت أن $A \cdot I = I \cdot A$

✍ [٢٠] إذا كانت $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} = A$ أثبت أن $A \cdot I = I \cdot A$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = 0, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} = 1 \quad \text{إذا كانت}$$

$$\square = I_0 - {}^2P_2 + {}^4P_3 : \text{ اثبت أن}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = 1 \quad \text{إذا كانت} \quad \text{أوجد } {}^2P_2, {}^4P_3 \text{ ثم اثبت أن : } {}^{10}P_0 = 0$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = 1 \quad \text{إذا كانت} \quad \text{اثبت أن : } I_0 = {}^2P_0 + {}^{10}P_2$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = 0, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = 1 \quad \text{إذا كانت} \quad \text{فاكتب في صورة مصفوفة واحدة}$$

$$\text{كل من } {}^2P_1 + {}^4P_2 + {}^6P_3, (I + {}^2P_1 + {}^4P_2)(I - {}^2P_1 + {}^4P_2) \text{ حيث } I \text{ مصفوفة الوحدة على نظم } 2 \times 2$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} = \sim \quad \text{إذا كانت} \quad I, \text{ هي مصفوفة الوحدة على نظم } 2 \times 2$$

$$\text{حقق أن : } (I + \sim) = {}^2P_3 + {}^4P_3 + {}^6P_3 + I = {}^2P_3 + \sim$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = 1 \quad \text{إذا كانت : } \text{اثبت أن : } {}^{1-5}P_2 = 0 \text{ حيث } n \text{ عدد صحيح موجب}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = 1 \quad \text{إذا كانت} \quad \text{أوجد كلا من } {}^2P_2, {}^4P_3$$

$$\text{ثم استنتج } {}^4P_3 \text{ حيث } n \text{ عدد صحيح موجب}$$



~~(۲۸)~~ **إذا كانت**

~~نکته~~ [۲۲] إذا كانت $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = I$ أوجد كلا من $1, 2, 3$

ثم استنتج $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ عدد صحيح موجب ، $2 \neq 0$ صفر

﴿ ٢٩ ﴾ إذا كانت : س = $\begin{pmatrix} ٠ \\ ١ \end{pmatrix}$ ، ص = $\begin{pmatrix} ٠ \\ ١ \end{pmatrix}$ فاوجد كلا من :

س٢ س٣ ، ثم استنتج صورة س٥ ، باطل صورة س٤ ثم اوجد المصفوفة س٥ س٤ واستخدم الصورة الناتجة لحساب س٧ س٤

(٣٠) ~~أوجد قيم~~ م ، ن ، ج ، د ، التي تحقق أن :

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

٣١) أوجد قيم m, n, j, k التي تحقق المعادلة :

$$[\begin{smallmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{smallmatrix}] \begin{pmatrix} \zeta & \eta \\ \varsigma & \xi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & p \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p & 1-p \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

أوجد قيم λ التي تحقق المعادلة : (٣٢)

$$[0, 1, 1, 1, 1] \quad (w_1) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1-w \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & w \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w & 1 \end{pmatrix}$$

~~(۳۳)~~ **إذا كانت** $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1- \end{pmatrix} = \{$

فأوجد قيمة العددين ω ، φ اللذين يحققان المعادلة : $\square = I \varphi + J \omega + K$



✍ [٣٤] أوجد قيم u, v, w التي تحقق المصفوفية :

$$\begin{pmatrix} 20 & & \\ & 10 & \\ & & 18 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u & & \\ & v & \\ & & w \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & \\ & & 4 \end{pmatrix}$$

✍ [٣٥] أوجد قيم u, v, w التي تحقق المصفوفية :

$$\begin{pmatrix} 3 & 13 & 1 \\ 16 & 1 & 22 \\ 3 & 4 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 2 & 3 & u \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & u & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

✍ [٣٦] أوجد قيمة كل من u, v مستخدما قاعدة ضرب المصفوفات إذا كانت

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 9 & 10 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 7 \\ 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \\ 4 \end{pmatrix}$$

✍ [٣٧] أوجد المصفوفة S التي تحقق المعادلة :

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = S + I \quad \text{حيث } I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

✍ [٣٨] إذا كانت $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ و $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ ،

أوجد المصفوفة S التي تحقق أن : $S + B = A$

✍ [٣٩] إذا كانت $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ و $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ ،

فأوجد المصفوفة C بحيث $C = A + B$



❌ [Σ.] إذا كانت $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & 3 \end{pmatrix} = 0$ ، **فأوجد المصفوفة** $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 7 & 2 \end{pmatrix} = 1$ **بحيث** $0 = 1$

~~[Σ1]~~ إذا كانت $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ فأوجد \circ ثم حل المعادلة \circ $\{ 1 + 2 + 3 \}$ $\circ =$

~~ΣΓ~~ إذا كانت $\begin{pmatrix} 1 & 2- \\ 0 & 4 \end{pmatrix} = I$ اثبت أن المصفوفة \sim
 التي تحقق العلاقة $\sim = \sim$ تكون بالصورة $\begin{pmatrix} 1 & 2- \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = P$$
 إذا كانت P أثبت أن المصفوفة P

~~$\Sigma \Sigma$~~ إذا كانت $\begin{pmatrix} 3 & \omega^2 \\ \omega & . \end{pmatrix} = I$

أوجد قيم λ ، μ التي تحقق أن: $\square = I \begin{pmatrix} \lambda & \mu \\ \mu & \lambda \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]$

❌ [Σ0] إذا كانت $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = f$ ، $\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = g$ ، **أوجد المصفوفة** h **التي تحقق أن** $3h + g = f + 2h$

❌ [Σ6] إذا كانت $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = 0$

أوجد المصفوفة S **التي تحقق أن:** $A^2 + 2A = S^2 + 3S$



$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 1- & 6 \end{pmatrix} = \text{ب} , \quad \begin{pmatrix} 0- & 4 & 2 \\ 1 & 2- & 3 \end{pmatrix} = \text{ا} \quad \text{إذا كانت } [2U]$$

اوجد المصفوفة $\text{ا} + \text{ب}$ واثبت أنها متماثلة

$$\begin{pmatrix} 0 & 1- & 3 \\ 4 & 0- & 1- \\ 0 & 4 & 0 \end{pmatrix} = \text{ب} , \quad \begin{pmatrix} 1 & 3- & 2 \\ 2- & 4 & 3- \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \text{ا} \quad \text{إذا كانت } [2N]$$

حقق ان $\text{ا} + \text{ب}$ مصفوفة متماثلة $\text{ا} - \text{ب}$ مصفوفة شبه متماثلة

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 0 & 1- & 1 \\ 2- & 4 & 3- \end{pmatrix} = \text{ب} , \quad \begin{pmatrix} 3 & 1- & 4 \\ 2 & 4- & 1- \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix} = \text{ا} \quad \text{إذا كانت } [29]$$

اثبت ان : $\text{ب} + \text{ا}$ مصفوفة متماثلة

$$\begin{pmatrix} 1- & 3 \\ 1 & 3- \end{pmatrix} = \text{ب} , \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} = \text{ا} \quad \text{إذا كانت } [0.]$$

فاثبت ان : ١ $\text{ا} = \text{ب}$ ، $\text{ب} = \text{ا}$ ٢ $\text{ا} + \text{ب} = \text{ا}$ ٣ $\text{ا} = \text{ب}$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \text{ا} \quad \text{إذا كانت } [01] \quad \text{اثبت ان } ١ \text{ا} = \text{ب} \quad ٢ \text{ا} = \text{ب}$$

$$\begin{pmatrix} 0- & 0 \\ 0 & 0- \end{pmatrix} = \text{ب} , \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \text{ا} \quad \text{إذا كانت } [02] \quad \text{فاثبت ان } \text{ا} = \text{ب}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1- & 4- \end{pmatrix} = \text{ب} , \quad \begin{pmatrix} 1- & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} = \text{ا} \quad \text{إذا كانت } [03] \quad \text{اثبت ان : } (\text{ا} - \text{ب}) \neq \text{ا} - \text{ب}$$



[٥٤] إذا كانت $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = I$ أثبت بالتعويض المباشر أن $\square = I_0 - P - {}^2P$

[٥٥] إذا كانت $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = I$ حقق أن ${}^2(I - P) = I_9 + P - {}^2P$

[٥٦] إذا كانت $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} = I$ فاثبت أن $\square = I_0 - P - {}^2P$

[٥٧] إذا كانت $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = I$ ، $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = I$ ، فاثبت أن $\square = I_0 - {}^2P + {}^3P$

[٥٨] إذا كانت $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = I$ فاوجد قيمة كل من 2P ، 3P

ثم اثبت أن : ${}^3P = {}^0P$

[٥٩] إذا كانت $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = I$ اثبت أن $0 = {}^2P(0 + {}^3P)$

[٦٠] إذا كانت $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = I$ اثبت أن المصفوفة S التي تحقق

العلاقة $SS = S$ تكون بالصورة $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

تأريين [٢] المحددات وحل المعادلات

١ [] أوجد قيمة كل من المحددات الآتية

١	$\begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 7 & 19 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0 & 7 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$
٤	$\begin{vmatrix} 0 & 4 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$
٧	$\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 8 & 0 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 16 & 12 \\ 12 & 9 \end{vmatrix}$

٢ [] أوجد قيمة كل من المحددات الآتية

١	$\begin{vmatrix} 3 & 42 & 0 \\ 7 & 18 & 2 \\ 3 & 28 & 0 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 3 & 4 & 3 \\ 31 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 0 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 23 & 3 & 13 \\ 0 & 7 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$
٤	$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 4 & 1 \\ 8 & 7 & 0 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & 1 \\ 8 & 0 & 0 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 7 & 0 \end{vmatrix}$

٣ [] أوجد قيمة المحددات التالية :

١	$\begin{vmatrix} p & p + q \\ p & q + p \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1 + \sqrt{a} & 1 + a \\ 1 + \sqrt{a} & 1 + a \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} p - q & p + q \\ p & p - q \end{vmatrix}$
٤	$\begin{vmatrix} 1 + p & p \\ p & 1 - p \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 1 + \sqrt{a} & a - \sqrt{a} \\ 1 & a \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} 0 & 1 - \sqrt{a} \\ 2 + a & 4 \end{vmatrix}$

[Σ] أوجد قيمة المحددات التالية :

١	$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$	٢	$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$	٣	$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$
٤	$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$	٥	$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$	٦	$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$
٧	$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$	٨	$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$	٩	$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$

: ٤ =

$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$

$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$

[٥] أوجد إذا كان :

١	$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$	٢	$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$
---	--	---	--

: ٧ =

$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$

$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$

[٦] أوجد إذا كان :

١	$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$	٢	$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$
---	--	---	--

احسب قيمة كل من :

[٧] اثبت أن :

١	$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$	٢	$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$
---	--	---	--

[٨] حل المعادلات التالية :

$$20 = \begin{vmatrix} 2 & 1 - \omega \\ 3 + \omega & 1 - \omega \end{vmatrix} \quad 6 = \begin{vmatrix} 1 & 3 - \omega \\ 3 + \omega & 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 2 & \omega \\ 1 & \omega - \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 - \omega^2 \\ 2 + \omega & 4 \end{vmatrix}$$

$$0 = \begin{vmatrix} 1 & \omega & \omega^2 \\ 1 & 2 & 4 - \\ 1 & 3 - & 9 \end{vmatrix} \quad 0 = \begin{vmatrix} 0 & 6 & 3 \\ 0 & \omega & 1 - \\ 8 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$0 = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 - \omega \\ 1 - & 1 + \omega & 1 \\ 2 - \omega & 1 & 1 \end{vmatrix} \quad 0 = \begin{vmatrix} \omega - & 0 & \omega \\ 1 & 1 & 0 \\ \omega & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

[٩] حل كل نظام من المعادلات الخطية التالية بطريقة كرام:

$$16 = 4x + \omega^2 \quad 0 = 4x + \omega \quad 1 - = 4x + \omega^3 \quad 0 = 4x - \omega^2$$

$$3 = 4x + \omega^2 \quad 0 = 4x + \omega^3 \quad 8 = 4x + \omega^2 \quad 0 = 4x + \omega^3$$

$$\omega - 0 = 4x \quad 4x + 3 = \omega^2 \quad 4x + 7 = 12 + \omega^0 \quad 4x - 1 = \omega^3$$

[١٠] حل كل نظام من المعادلات الخطية التالية بطريقة كرام:

$$1 = 4x - \omega, \quad 3 = 4x + \omega \quad 2 = 4x - \omega^2, \quad 4 = 4x + \omega$$

$$12 = 4x + \omega, \quad 6 = 4x + \omega^3 \quad 1 = 4x - \omega^3, \quad 3 = \omega$$

$$0 = 0 + 4x + \omega, \quad 4x + 1 = \omega \quad 8 = \omega + 4x, \quad 1 - \omega^2 = 4x$$

$$0 = 7 + \omega^3 - 4x, \quad 3 = \omega - 4x^3 \quad 4 = 4x + \omega^2, \quad 7 = 4x - \omega$$

حل كل نظام من المعادلات الخطية التالية بطريقة كرام:

- ١ $10 = 2x - 4y + 3z$
- ٢ $6 = 3x - 4y + z$
- ٣ $6 = 3x + 2z + 4y$
- ٤ $7 = 5x + 3y - 2z$
- ٥ $1 - = x - 4y + 2z$
- ٦ $0 = x + 4y - 7z$
- ٧ $0 = x - 4y - z$
- ٨ $3 - = 2x - 4y + 3z$
- ٩ $0 = x + 4y + 2z$
- ١٠ $0 = 2x + 3z$
- $4 = 3x + 4y + 5z$
- $1 = 2x + 4y + 3z$
- $11 = 2x + 4y + 3z$
- $16 = 7x + 2y - z$
- $3 = 2x + 3y - 5z$
- $1 = 4x + 4y - 2z$
- $2 = 5x - 3y + 6z$
- $0 = 3x + 4y - 8z$
- $7 = x - 3y - 4z$
- $9 = 3x + 7y + 2z$
- $0 = 3x + 7y + 2z$
- $0 = x - 4y$
- $2 - = x - 4y$
- $0 = 2x + 3z$
- $0 = 3y + 4z$

(١٢) اشترى فادي ٣ كساكيل وكتابين بمبلغ ٨٥ جنيهها واشترى كريم كشكولين ٤ كتب من الانواع نفسها بمبلغ ١١٠ جنيهه استخدم طريقة كرام لإيجاد سعر كل من الكشكولين والكتاب

(١٣) زاويتان متكاملتان ضعف قياس أكبرهما يساوي سبعة أمثال قياس الصغرى . أوجد قياس كل زاوية باستخدام طريقة كرام .

(١٤) زاويتان حادتان فى مثلث قائم الزاوية الفرق بين قياسيهما ٥٠ ° أوجد قياس كل منهما باستخدام طريقة كرام .

(١٥) الربط بالهندسة اوجد مساحة سطح المثلث ب ج الذى فيه

$$A(4, 2), B(4, 2), C(2, 0)$$

(١٦) اوجد مساحة سطح المثلث ص ح الذى فيه

$$A(3, 3), B(2, 4), C(4, 1)$$

(١٧) باستخدام المبررات اثبت أن النقط (٥، ٣)، (١، ٤)، (٧، ٥) تقع على استقامة واحدة

تارين [٥] على المعبوس الضربي للمصفوفة

[١] عيني نوع كل من المصفوفات الآتية من حيث كونها لها معبوس ضربي أم لا :

$$\textcircled{١} \begin{pmatrix} ١٥ & ٣ \\ ٨ & ٢ \end{pmatrix} \quad \textcircled{٢} \begin{pmatrix} ٦ & ٤ \\ ٩ - & ٦ - \end{pmatrix} \quad \textcircled{٣} \begin{pmatrix} ١٣ & ٨ - \\ ٧ & ٥ - \end{pmatrix} \quad \textcircled{٤} \begin{pmatrix} ٥ - & ٨ \\ ١٥ - & ٢٤ \end{pmatrix}$$

$$\textcircled{٥} \begin{pmatrix} ٠ & ٠ & ٤ \\ ٠ & ١ & ٩ \\ ٧ & ٠ & ١ - \end{pmatrix} \quad \textcircled{٦} \begin{pmatrix} ٠ & ٢ & ٠ \\ ١ & ١ & ٩ \\ ٧ & ٣ & ١ - \end{pmatrix} \quad \textcircled{٧} \begin{pmatrix} ١ & ١ & ١ \\ ٠ & ١ & ١ \\ ١ & ٠ & ١ - \end{pmatrix}$$

[٢] اوجد قيمة ω التي تجعل كلا من المصفوفات الآتية ليس لها معبوس ضربي :

$$\textcircled{١} \begin{pmatrix} ٣ - & \omega ٣ \\ \omega - ٢ & ٣ \end{pmatrix} \quad \textcircled{٢} \begin{pmatrix} ٤ - \omega & \omega ٢ \\ ١ + \omega & ٣ - \end{pmatrix}$$

[(٤, -٣), (١, ٣)]

[٣] اوجد المعبوس الضربي لكل من المصفوفات الآتية إن أمكن :

$$\textcircled{١} \begin{pmatrix} ٧ & ٣ \\ ٩ - & ١ - \end{pmatrix} \quad \textcircled{٢} \begin{pmatrix} ٥ & ٣ \\ ١ & ٢ \end{pmatrix} \quad \textcircled{٣} \begin{pmatrix} ١ & ٣ \\ ١ - & ٠ \end{pmatrix} \quad \textcircled{٤} \begin{pmatrix} ١ & ٢ \\ ٢ & ١ \end{pmatrix}$$

$$\textcircled{١} \begin{pmatrix} ١ - & ١ \\ ١ & ١ \end{pmatrix} \quad \textcircled{٢} \begin{pmatrix} ٩ - & ٧ - \\ ٣ & ١ - \end{pmatrix} \quad \textcircled{٣} \begin{pmatrix} \text{جتا } \theta - \text{ظا } \theta & \text{ظتا } \theta \\ \text{قا } \theta & \text{ظتا } \theta \end{pmatrix} \quad \textcircled{٤} \begin{pmatrix} \text{جتا } \theta - \text{ظا } \theta & \text{ظتا } \theta \\ \text{قا } \theta & \text{ظتا } \theta \end{pmatrix}$$

[٤] باستخدام طريقة كرامر اوجد مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية :

$$\textcircled{١} ٣ = ٤\omega + ٣, ١١ = ٤\omega ٣ - \omega \quad \textcircled{٢} ٦ - = ٤\omega - ٣, ١٣ = ٤\omega ٥ + \omega ٢$$

$$\textcircled{٣} ٧ = ٤\omega ٥ - \omega, ١٧ = ٤\omega ٣ - \omega ٧ \quad \textcircled{٤} ١ = ٤\omega ٥ - \omega ٢, ١٥ = ٤\omega ٤ - \omega ٣$$

$$\textcircled{٥} ١٩ = ٤\omega ٢ + \omega ٥, ١٥ = ٤\omega ٣ - \omega ٧ \quad \textcircled{٦} ١ = ٤\omega - \omega ٣, ١٢ = ٤\omega ٢ + \omega$$

[٥] الربط بالهندسة يمر المنحنى $\omega = ٥$ بـ $\omega ٢ + \omega ٣$ بالنقطتين (٠, ٢), (٨, ٤)

استخدم المصفوفات لايجاد الثابتين ω, μ

✍ (٥) باستخدام المصفوفات اوجد عددين مجموعهما ١٠ والفرق بينهما ٤

✍ (٦) الربط بالمستهلك اشترت أمل ٨ كجم من الدقيق ، ٢ كجم من الزبد بمبلغ ١٤٠ جنيها

واشترت صديقتها ريم ٤ كيلو جرامات من الدقيق ٣ كيلو جرامات من الزبد بمبلغ ١٧٠ جنيها

استخدم المصفوفات في إيجاد سعر الكيلو جرام الواحد من كلا النوعين

✍ (٧) مستطيل محيطه ٣٢ سم ، وإذا نقص طوله ١ سم ، وزاد عرضه ٣ سم صار مربعا

باستخدام المصفوفات أوجد مساحة المربع باستخدام طريقة كرام .

✍ (٨) تتحرك نقطة على مستقيم : $0 \text{ سم} - 2 \text{ ص} = 1$ بحيث إحداثيها الصادي ضعف

مربع إحداثيها السيني أوجد احداثيا هذه النقطة باستخدام المصفوفات .

✍ (٩) إذا كانت $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 10 & 9 \end{pmatrix}$ ، $B = \begin{pmatrix} 7 & 7 \\ 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

فاوجد حاصل $A \cdot B$ ماذا لا تكون الوصفية A هي المعبوس الضربي للمصفوفة B

[$A \cdot B = I$ ، B غير مربعة]

✍ (١٠) إذا كان $A = \begin{pmatrix} \sin \alpha & -\cos \alpha \\ \cos \alpha & \sin \alpha \end{pmatrix}$ اوجد A^{-1} ومن ثم او باى طريقة اخرى اوجد A^{-1}

[A^{-1}]

✍ (١١) اثبت ان المصفوفة $A = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$ لها معكوس ضربي ثم أوجد

✍ (١٢) إذا كانت $A = \begin{pmatrix} 9 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ ، $B = \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$

حقق ان $(A + B)^{-1} \neq A^{-1} + B^{-1}$



✓ (۱۳) إذا كانت $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ = ص ۱- ص ۱- = ص ۱- ص ۱-
 ص ۰ = $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 7 & 9 \end{pmatrix}$

~~(۱۲)~~ إذا كانت $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$ **حقق ان** ${}^{\lambda D} (\begin{smallmatrix} 1 \\ 1 \end{smallmatrix}) = \begin{smallmatrix} 1 \\ 1 \end{smallmatrix} ({}^{\lambda D} \begin{smallmatrix} 1 \\ 1 \end{smallmatrix})$

❌ [15] إذا كانت $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ ، $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ ، $C = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ ،

✓ (11) إذا كانت $A = \begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 10 & 6 \end{pmatrix}$ ، $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ أثبت أن A لاهل معكوس ضربى

واوجد A^{-1} ثم استخدم ذلك فى إيجاد المصفوفة ج حيث $A \cdot B = C$

~~(15)~~ إذا كانت $P^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ ، $A = \begin{pmatrix} 17 & 8 \\ 11 & 0 \end{pmatrix}$ اوجد كلا من B ، B^{-1}

~~ن~~ [In] إذا كانت $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$ ، $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} = 1$ (ب) .

$$\begin{pmatrix} 0 & 7 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \text{ج.} \quad \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \text{د (۱۹) إذا كانت}$$

حل المعادلة المصفوفة $S = I$



كـ [٢٠] إذا كانت $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ، $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ ، $C = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$

اوجد المصفوفة S التي تحقق المعادلة $A = B + S$

كـ [٢١] إذا كانت $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ ، $B = \begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$

اوجد المصفوفة S التي تحقق ان $S = 2A - B$

كـ [٢٢] إذا كانت $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ ، $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ ، $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

اوجد المصفوفة S التي تحقق ان $A = B + S$ \square

كـ [٢٣] إذا كانت $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ ، $B = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

حل المعادلة المصفوفة $A = B + S$

كـ [٢٤] إذا كانت $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ فثبت ان: $A = I + 5B - 2C$ ومنها احسب A

كـ [٢٥] إذا كانت $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ اثبت ان $A = I + 3B - 2C$ ومنها احسب A

كـ [٢٦] إذا كانت $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ ، $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 4 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

اثبت ان $A = I + 5B - 2C$ ومنها احسب A



ك [٢٧] إذا كانت $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \text{أ}$ ، $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} = \text{ب}$ ،
 اوجد المصفوفة \sim التي تحقق العلاقة $\text{أ} \sim \text{ب}^{-1}$

ك [٢٨] إذا كانت $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \text{أ}$ ، $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \text{ب}$ ، $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = \text{ج}$ ،
 اوجد المصفوفة \sim التي تحقق العلاقة : $\text{أ} \sim \text{ب} = \text{I}$ حيث I مصفوفة الوحدة ثم
 بين ان المصفوفة \sim متماثلة ، المصفوفة $(\sim + \text{ج})$ شبه متماثلة

ك [٢٩] إذا كانت $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} = \text{أ}$ ، $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \sim$ ،
 اثبت أن المصفوفة \sim^{-1} مصفوفة قطرية اثبت كذلك أن المصفوفة \sim^{-1} هي قطرية أيضا حيث \sim عدد صحيح موجب ومن ثم اوجد \sim^7

ك [٣٠] إذا كانت $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \text{أ}$ ، $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = \text{ب}$ ،
 اوجد المصفوفة \sim التي تحقق المعادلة : $3\text{أ} \sim + \text{ب} = 3\text{ب} \sim + 3\text{أ}$



تأريخ [٦] على حل متباينات الأولى في مجهول واحد

١] أختار الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- ١ مجموعة حل المتباينة : $x < 3$ في x هي
 ① $\{3\}$ ② $]-3, \infty[$ ③ $]-\infty, 3[$ ④ $]-3, \infty[$
- ٢ مجموعة حل المتباينة : $x > 0$ في x هي
 ① $]-\infty, 0[$ ② $]-\infty, 0[$ ③ $]-\infty, 0[$ ④ $]-\infty, 0[$
- ٣ مجموعة حل المتباينة : $x \leq -8$ في x هي
 ① $]-\infty, -8[$ ② $]-\infty, -8[$ ③ $]-\infty, -8[$ ④ $]-\infty, -8[$
- ٤ مجموعة حل المتباينة : $x^2 - 1 \geq 3$ في x هي
 ① $]-\infty, 2[$ ② $]-\infty, 2[$ ③ $]-\infty, 2[$ ④ $]-\infty, 2[$
- ٥ مجموعة حل المتباينة : $x^2 + 3 \geq x - 4$ في x هي
 ① $]-\infty, 7[$ ② $]-\infty, 7[$ ③ $]-\infty, 7[$ ④ $]-\infty, 7[$
- ٦ مجموعة حل المتباينة : $x^2 - 1 \geq x^2 - 5 \geq 3$ في x هي
 ① $]-3, 1[$ ② $]-3, 1[$ ③ $]-3, 1[$ ④ $]-3, 1[$
- ٧ مجموعة حل المتباينة : $6 \leq x^2 < 2$ في x هي
 ① $]-3, 1[$ ② $]-3, 1[$ ③ $]-3, 1[$ ④ $]-3, 1[$

٢] أكمل مكان النقط بالإجابة المناسبة في كل ما يأتي :

- ١ مجموعة حل المتباينة : $x > 1$ هي
- ٢ إذا كانت $x^2 - 4 \leq x$ فإن مجموعة حلها في x هي
- ٣ مجموعة حل المتباينة : $x > 1 - x > 0$ في x هي
- ٤ مجموعة حل المتباينة : $x^3 + 7 \leq x^5 - 1$ في x هي
- ٥ إذا كانت $]-1, 7[$ هي مجموعة حل المتباينة $x^2 - 2 \geq x \geq 2 - x$ فإن $x = \dots$ ، $x = \dots$
- ٦ إذا كانت $x \in \mathbb{R}$ ، $0 \leq x + 2 < 7$ فإن $x \in$ للفترة

٧ إذا كانت $[-1, 2]$ هي مجموعة حل المتباينة $x \geq 1$ فإن $x > 2$ =

٨ مجموعة حل المتباينة $3 < x - 1 \leq -4$ في x هي

٩ إذا كانت $x \in [1, 3]$ فإن $x^2 + 1 \in$ للفترة

١٠ إذا كانت $x^4 + 1 \in [0, 3-]$ فإن $x \in$

✍ [١٣] حل المتباينات الآتية في x ومثل مجموعة الحل بيانيا على خط الأعداد

$$٢ \quad 0 > 1 - x > 2$$

$$١ \quad 2 \leq 0 + x^3$$

$$١٨ \quad 2 - x^5 \leq (2 + x)^2$$

$$٧ \quad 3 + x^5 \leq 7 - x^4$$

$$١٩ \quad x^2 - 3 \geq 1 - x$$

$$٨ \quad x^4 - 4 < x^3 - 1$$

$$٢٠ \quad 1 + \frac{x}{2} \leq 0 - x - \frac{2}{3}$$

$$٩ \quad x^2 \geq 1 + x - \frac{1}{2}$$

$$٢١ \quad x^3 - 1 > \frac{20 - x^5}{2}$$

$$١٠ \quad \frac{x - 1}{3} \geq \frac{13 + x^4}{0}$$

✍ [٢] أوجد مجموعة حل المتباينات الآتية في x على صورة فترة ومثلها على خط الأعداد :

$$٦ \quad x + 10 > 2 + x^3 > x + 2$$

$$١ \quad x + 4 \geq 2 + x^3 \geq x$$

$$٧ \quad x + 6 \geq 3 \geq x + 1$$

$$٢ \quad x^3 + 19 > 7 + x^5 \geq x^3 + 11$$

$$٨ \quad 0 + x \geq 3 - x^3 \geq 1 + x -$$

$$٣ \quad x^2 - 6 \geq 4 > x^2 - 2$$

$$٩ \quad 8 - x - \leq x^2 - 1 < 7 + x$$

$$٤ \quad 1 + x^3 \geq 1 - x^2 > 3 - x$$

$$١٠ \quad x + 9 > x - 3 \geq x^2$$

$$٥ \quad 2 + x^2 < x - 0 \leq 7 - x^2$$

$$١١ \quad 7 + x \geq 2 + x^3 > x^2 + 3$$



تقارين [n] على حل متباينتين في متغيرين بيانيا

س١ اوجد بيانيا مجموعة حل كل من أزواج المتباينات الآتية

- ١ $x \geq 1$ ، $x > 2$ ، $x > 3$ ، $x \leq 1$
- ٢ $x \geq 2$ ، $x < 3$ ، $x > 1$ ، $x > 3 - x$
- ٣ $x - 1 \geq 2$ ، $x + 3 < 4$ ، $x < 1$ ، $x - 3 > 2$
- ٤ $x \geq 2$ ، $x + 3 < 4$ ، $x > 1$ ، $x - 3 > 2$
- ٥ $x - 1 \geq 2$ ، $x + 3 < 4$ ، $x > 1$ ، $x - 3 > 2$
- ٦ $x \geq 2$ ، $x + 3 < 4$ ، $x > 1$ ، $x - 3 > 2$
- ٧ $x - 1 > 3$ ، $x + 3 \geq 10$ ، $x + 3 > 1$ ، $x - 3 \leq 1$
- ٨ $x - 1 > 3$ ، $x + 3 \geq 10$ ، $x + 3 > 1$ ، $x - 3 \leq 1$
- ٩ $x + 2 \geq 4$ ، $x + 2 < 4$ ، $x + 2 > 4$ ، $x - 3 < 0$
- ١٠ $x + 2 \geq 4$ ، $x + 2 < 4$ ، $x + 2 > 4$ ، $x - 3 < 0$

س٢ اوجد مجموعة حل من التباينات الآتية بيانيا

- ١ $x < 0$ ، $x \leq 0$ ، $x + 3 \leq 3$
- ٢ $x > 0$ ، $x \leq 0$ ، $x + 2 > 2$
- ٣ $x < 1$ ، $x \geq 3$ ، $x + 3 > 3$
- ٤ $x \geq 2$ ، $x \leq 1$ ، $x + 2 > 3$
- ٥ $x \geq 1$ ، $x \leq 0$ ، $x + 2 \geq 4$
- ٦ $x < 0$ ، $x \leq 2$ ، $x + 3 > 4$
- ٧ $x + 4 \leq 1$ ، $x - 4 \geq 2$ ، $x + 3 > 3$
- ٨ $x \geq 1$ ، $x + 2 > 4$ ، $x \leq 0$
- ٩ $x \leq 0$ ، $x + 3 \geq 9$ ، $x - 3 > 1$

س٢ اوجد مجموعة حل من التباينات الآتية بيانيا

- ١٠ $x < 0$ ، $x \leq 0$ ، $x + 3 \leq 2$ ، $x - 3 \leq 4$
- ١١ $x \geq 0$ ، $x \leq 0$ ، $x - 3 > 2$ ، $x - 3 \geq 4$
- ١٢ $x > 2$ ، $x + 3 > 6$ ، $x + 3 > 2$ ، $x - 3 < 3$
- ١٣ $x \geq 0$ ، $x \geq 2$ ، $x + 3 > 6$ ، $x - 3 > 0$
- ١٤ $x \geq 0$ ، $x + 4 < 4$ ، $x + 3 > 2$ ، $x - 3 > 1$



تأريخ [٩] على البرجة الخطية

[١] عني مجموعة حل امتحانات الآتية معا بيانها

قيم (٥, ٣) بحيث يكون المقدار $٥٢٠ + ٣٣٠ = ٨٥٠$ أكبر ما يمكن
 $٣ \leq ٥, ٠ \leq ٥٢ + ٣, ٨ \geq ٥٢ + ٣٣, ١٢ \geq$ اوجد من مجموعة الحل

٢] عني مجموعة حل التباينات الآتية معا بيانها

$٥ \leq ٥,٠ \leq ٥٥,٠ \leq ٥٥ + ٥٠,١٠ \geq ٥٥ + ٥٠,٦$ ثم اوجد من مجموعة الحل قيم $(٥, ٥٥)$ التي تجعل $ل$ اكبر ما يمكن حيث $ل = ٥٥٣ + ٥٥٢$

✍ (٣) اوجد مجموعة حل المتباينات الآتية معا

قيم (u, v) التي تجعل (\cdot) اقل ما يمكن حيث $\cdot = 530 + 500$

[Σ] ✍ $\omega \leq \varphi_{\cdot} \leq \varphi + \omega$, $\gamma_0 \geq \varphi_0 + \omega$, $\vdots > \vdots$ ثم اوجد من

مجموعة الحل قيم (ص، ح) التي تجعل Δ أكبر ما يمكن حيث $\Delta = 50 + 20 = 70$

[o] $u \leq v, v \leq w, w \leq x \Rightarrow u \leq x$ **ثم اوجد**

من مجموعة الحل قيم (٥، ٣) التي تجعل $١٠ + ٥ = ١٥$ ما يمكن حيث $١٠ + ٥ = ١٥$

ترزی لایه ۸۰ متره القطع ۱۲۰ متره الصوف ينتج نوعیه ده الثياب یحدث یلم لعمل ثوب

من النوع الأول منه واحد من القطع ٣ أمتار من الصوف والنوع الثاني يلزم متران من كل من القطع والصوف وكان ثمة الثوب من النوع الأول ٤٠ جنيتها ومنه النوع الثاني ٢٠ جنيتها فوجد عدد الثياب من كل نوع التي يجب أن ينتجها التزوي لتكون دخله أكبر ما يمكن [١٠٠، ٤٠]



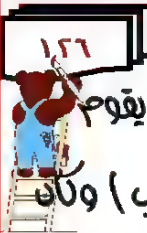
[٥] يراد مصنع نوعيه من الكتب م ، ب على رف مكتبة طوله ١٠٠ سم وحمولته القصوى ٢٥ كجم فإذا كان وزن الكتاب من كلا من النوعيه هو ١ كجم وسمك الكتاب من النوع الأول ٤ كجم النوع الثاني ٦ سم فاجد عدد الكتب من كل نوع التي توضع على الرف بحيث يكون عددها أكبر ما يمكن

[٨] ينتج مصنع نوعيه من النخف م ، ب وكل نخفة يقوم بتجميعها كهربائي ثم يقوم حامل بدائها بالبرنر ويأخذ الكهربائي ساعة لتجميع النموذج م ساعتين لتجميع النموذج ب أما حامل الدهان فيأخذ ٣ ساعات لدهان النموذج م ساعة لدهان النموذج ب ويعمل كل من الكهربائي ورجل الدهان ٦ ساعات يوميا فإذا كان المصنع يكسب ٢٠ جنيهها من بيع الوحدة من النموذج م ، ٣٠ جنيهها من بيع الوحدة من النموذج ب وكان المصنع يبيع كل إنتاجه اليومي فكم عدد النخف الذي يمكن إنتاجه في اليوم ليعطيه أكبر ربح ممكن [(٣٠٠٠)]

[٩] ينتج احد المصانع الحربية نوعيه من المراوح الكهربائية م ، ب ويتطلب كل نوع إجراء عمليات تصنيفية أولا ثم عمليات تجميع ثانيا فإذا كانت الوحدة من المنتج تتطلب ٤ ساعات للتصنيع وساعة واحدة للتجميع والوحدة من المنتج ب تتطلب ٨ ساعات للتصنيع وساعة واحدة للتجميع وكان الربح لكل من م ، ب هو ٦ جنيهات ، ٤ جنيهات بالترتيب اوجد عدد الوحدات المنتجة أسبوعيا من كل من م ، ب ليكون ربح المصنع أكبر ما يمكن علما بان الساعات المتاحة للتصنيع أسبوعيا ٦٤٠٠ ساعة بينما ساعات التجميع ١٠٠٠ ساعة [(٠٠٠٠٠٠)]

[١٠] طائرة بها مقاعد للركاب فإذا كان راكبي الدراجة الاولى يسمح له بحمل ٦٠ كجم من الأمتعة ويدفع اجر ٥٠٠٠ جنيهه لتنظيم رحلة معينة وراكبي الدراجة السياحية يسمح له بحمل ٢٠ كجم من الأمتعة ويدفع اجر ٢٥٠٠ جنيهها لنفس الرحلة فإذا كان أكبر وزن للأمتعة على الطائرة هو ١٢٠ كجم فاجد عدد ركاب كل درجة الذي يحقق أكبر دخل من الأجور

[١١] مصنع ينتج نوعيه من الصابون م ، ب فإذا كان إنتاج ما قيمته ١٠٠ جنيهه من المنتج م يحتاج إلى ٣٠ كجم من المواد الخام ١٨ ساعة من التشغيل على الماكينات وإنتاج ما قيمته ١٠٠ جنيهه من المنتج ب يحتاج إلى ٢٠ كجم من نفس المواد الخام ٢٤ ساعة من التشغيل على الماكينات اوجد أكبر قيمة للمنتجات التي تنتج ٧٥ كجم من المواد الخام ٧٢ ساعة من التشغيل على الماكينات



[١٢] تزيان ينتجان نموذجيه من البلوزات (م) ، (ب) فيقوم التزي الأول بتفصيل القماش بينما يقوم الثاني بخياطته فإذا كان التزي يستغرق ساعة في تفصيل النموذج (م) وساعتين في تفصيل النموذج (ب) وكان التزي الثاني يستغرق ٣ ساعات لخياطة النموذج (م) وساعة واحدة لخياطة النموذج (ب) وكان التزي الأول يعمل في اليوم ٨ ساعات على الأثر بينما يعمل الثاني ٩ ساعات في اليوم على الأثر وكان مكسبهما من بيع البلوزة من النموذج (م) هو ١٠ جنيهات ومكسبها من بيع البلوزة من النموذج (ب) هو ١٥ جنيهًا فاجد عدد البلوزات من كل نموذج التي يمكنهما إنتاجه في اليوم ليحصل على أكبر ربح ممكن [٣٠٢]

[١٣] سلعتان غذائيتان الأولى بها ٥ وحدات فيتاميني وتعطى ٣ سعر حراري والثانية بها وحدتان فيتاميني وتعطى ٦ سعر حراري فإذا كان المطلوب ٢٥ وحدة فيتاميني على الأقل ٣٩ سعر حراري على الأقل وكان ثمه الوحدة من السلعة الأولى ٦ قروش وثمانه الوحدة من السلعة الثانية ٨ قروش فما هي الكمية الواجب شراؤها من كل من السلعتين لتحقيق المطلوب بأقل تكلفة [٥٠٣]

[١٤] ينتج مصنع رولات ورق الحائط وحلب الغراء اللازم للصقها فإذا كان إنتاج كل ١٠٠ رول ورق يلكف المصنع ١٥٠٠ جنيه ويتطلب ١٢ ساعة عمل على ماكينة واحدة وإنتاج كل ١٠٠ حلبة غراء يلكف المصنع ٢٠٠٠ جنيه ويتطلب ٨ ساعات عمل على ماكينة واحدة وعلمت أن المصنع يعمل أسبوعياً بطاقة تشغيل إجمالية للمكينات ٣٦٠ ساعة ويرصد مبلغ ٦٠٠٠٠ جنيه للتكاليف اللازمة ويقدر ربح قدره ٣٠٠ جنيه لكل ١٠٠ رول ورق وكذا ٣٠٠ جنيه لكل حلبة غراء فما هو الإنتاج الأسبوعي من كل نوع الذي يضمنه للمصنع أكبر ربح ممكن [١٥٠٠٠٠٠]

[١٥] مصنع صغير لعمل الملابس الجاهزة ينتج نوعيه من الثياب ويلزم لعمل النوع الأول متران من الحرير ومتر واحد من القطع ويلزم لعمل النوع الثاني متر من الحرير ومتران من القطع وكان لدى المصنع ٧ أمتار من الحرير ، ٨ أمتار من القطع فإذا كان ثمه بيع الثوب من النوع الأول ١٠ جنيهات وثمانه بيع الثوب من النوع الثاني ٨ جنيهات فما عدد الأتواب التي يجب أن ينتجها المصنع من كل نوع ليحصل على أكبر دخل ممكن هل يتبقى في المصنع بعد هذا الإنتاج شيء من الحرير أو القطع [٣٠٢ ، ٧ يتبقى شيء]



[١٦] تنتج إحدى ورش الأثاث نوعين من الملبأ احدهما فاخر والآخر اقتصادي وكل منهما يلزم تشغيل نوعين من الماكينات (٢) ، (ب) فإذا كان إنتاج الملبأ من النوع الفاخر يقتضي تشغيل الماكينة (٢) لمدة ثلاث ساعات والماكينة (ب) لمدة ساعتين والنوع الاقتصادي يقتضي تشغيل الماكينة (٢) لمدة ساعتين والماكينة (ب) لمدة ثلاث ساعات والمصنع يربح ٢٠ جنيهًا في الملبأ الفاخر ، ١٢ جنيهًا في الملبأ الاقتصادي فلو وجد عدد الملبأ التي ينتجها المصنع من كل نوع حتى يحقق أكبر ربح ممكن علما بأن المصنع لا يعمل أكثر من ١٥ ساعة كل يوم [٥ ملبأ فاخرة]

[١٧] يرغب مزارع في تربية دجاج وبط فإذا كان المالك الذي سيربي فيه هذه الطيور لا يتسع إلا ٤٠٠ فقط من الطيور وهو يرى ألا يقل عدد الدجاج عن ٣ أمثال عدد البط فإذا كان ربحه في كل دجاجة جنيهًا واحدًا وفي كل بطة جنيهين اوجد عدد ما يربيه المزارع من كل نوع حتى يحصل على أكبر ربح ممكن

[١٨] يقوم مصنع بعمل نوعين مختلفين من السبائك المكونة من خليط من الحديد والزنك بحيث يتكون النوع الأول من ٢ كجم من الحديد ، ٢ كجم من الزنك ويتكون النوع الثاني من ١ كجم من الحديد و ٣ كجم من الزنك فإذا كانت الكمية المتاحة في المصنع من الحديد ١٠ كجم ومن الزنك ١٨ كجم وكان سعر بيع السبيكة من النوع الأول ١٥ جنيهًا وسعر بيع السبيكة من النوع الثاني ١٠ جنيهات فما عدد السبائك التي ينتجها المصنع من كل نوع ليحقق أكبر دخل ممكن [٤، ٣]

[١٩] جراح للسيارات مساحته ٦٠٠ متر مربع فإذا علم أن سيارة الركوب الصغيرة تحتاج في المتوسط لمساحة ٦ متر مربع وأن الأتوبيس يحتاج في المتوسط لمساحة ٣٠ مترًا مربعًا فلو وجد عدد سيارات الركوب وعدد سيارات الأتوبيس التي تحقق أكبر دخل شهري إذا علم أن سيارة الركوب تدفع ٢٥ جنيهًا في الشهر والأتوبيس يدفع ٧٥ جنيهًا في الشهر وأن أكبر عدد من سيارات الركوب والأتوبيسات يمكن استقباله في الجراح هو ٦٠ سيارة [١٠٠، ٥٠]

[٢٠] طائرة بها ٤٠ مقعدًا للركاب فإذا كان نائب الدرجة الأولى يسمح له بحمل ٦٠ كجم من الأمتعة ويدفع اجر ٥٠٠ جنيه نظير رحلة معينة ونائب الدرجة السياحية يسمح له بحمل ٢٠ كجم من الأمتعة ويدفع اجر ٢٥٠ جنيهًا لنفس الرحلة فإذا كان أكبر وزن للأمتعة على الطائرة هو ١٠٠٠ كجم فلو وجد عدد ركاب كل درجة الذي يحقق أكبر دخل من الأجور [٣٥٠، ٥]

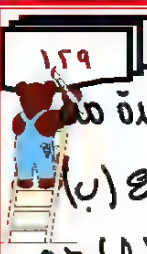


[٢١] مصنع ينتج من الصابون م، ب فإذا كان إنتاج ما قيمته ١٠٠ جنيه من المنتج م يحتاج إلى ٣٠ كجم من المواد الخام ١٨ ساعة من التشغيل على الماكينات وإنتاج ما قيمته ١٠٠ جنيه من المنتج ب يحتاج إلى ٢٠ كجم من نفس المواد الخام ٢٤ ساعة من التشغيل على الماكينات اوجد أكبر قيمة للمنتجات من ٧٥ كجم من المواد الخام ٧٢ ساعة من التشغيل على الماكينات [٢٢٥]

[٢٢] يقوم أحد المصانع بتقديم وجبة جافة للعمال مكونة من صنفين من الأغذية فإذا كانت كل قطعة من الصنف الأول تحتوي على وحدتين من فيتامين م، ٦ وحدات من فيتامين ب بينما كل قطعة من الصنف الثاني تحتوي على ٦ وحدات من فيتامين م وثمانية وحدات من فيتامين ب فإذا كان احتياج العامل أن يحصل على ٩ وحدات من فيتامين م، ١٨ وحدة من فيتامين ب وإذا علم أن ثمث القطعة من الصنف الأول ١,٢٥ جنيهها ومن الصنف الثاني ٢ جنيه فما هو وزن كل من الصنفين لكي نحصل على أرخص وجبة ونضمن الحد الأدنى من الفيتامينات إذا كان وزن القطعة من أي الصنفين ٥٠ جراما [٤٥, ٩٠]

[٢٣] تشتري أسرة نوع من اللحم يحتوي على ٩٠٪ من اللحم غير الدهني، ١٠٪ من الدهن بسعر ٣٠ جنيهًا للكيلو جرام ونوع آخر من اللحم يحتوي على ٧٠٪ من اللحم غير دهني ٣٠٪ من الدهن بسعر ٢١ جنيهًا للكيلو جرام فإذا كانت احتياجات الأسرة الأسبوعية هي على الأقل ٦ كيلو جرامات من اللحم غير الدهني ٢ كيلو جرام على الأقل من الدهن اوجد كمية اللحم من كلا النوعين التي تشتريها الأسرة أسبوعياً حتى تكون تكاليف الشراء أقل ما يمكن [٧/٦٠ كجم من النوع الثاني]

[٢٤] شركة تنتج سلعتين (م)، (ب) وكل من السلعتين تحتاج لإنتاجها ثلاثة آلات وبافتراض أن الوحدة من السلعة (م) تحتاج ٢ ساعة من الآلة الأولى وساعة من الآلة الثانية وساعة واحدة من الآلة الثالثة وبافتراض أن الوحدة الواحدة من السلعة (ب) تحتاج ساعة واحدة من الآلة الأولى و٢ ساعة من الآلة الثانية وساعة واحدة من الآلة الثالثة وبافتراض أن الحد الأقصى لساعات تشغيل كل آلة في الشهر ١٨٠ ساعة للآلة الأولى ١٦٠ ساعة للآلة الثانية ١٠٠ ساعة للآلة الثالثة وبافتراض أن الشركة تستطيع بيع جميع الوحدات المنتجة شهرياً من السلعتين وأن ربحية الواحدة من (م) ٧٠ جنيهها وأن ربحية الوحدة من (ب) ١٠٠ جنيه اوجد كم وحدة من كل من السلعتين ينبغي إنتاجها وبيعها شهرياً حتى يكون الربح أكبر ما يمكن [٦٠, ٤٠]



[٢٥] يتكون غذاء الحيوانات في إحدى المزارع من نوعين من العلف (٢) ، (ب) فإذا كانت الوحدة من النوع (٢) تحتوي على ٢٠ جرام بروتين ، ٢٠ جرام كربوهيدرات ١ جرام دهون والوحدة من النوع (ب) تحتوي على ١٠ جرام بروتين ، ٢٠ جرام كربوهيدرات ، ٢ جرام دهون وكان ثمة الوحدة من نوع (٢) هو ٤ قرشا وثمة الوحدة من النوع (ب) هو ٣٠ قرشا فإذا أريد الحصول على كمية من الغذاء بها ٢٠٠ جرام بروتين ، ٣٦٠ جرام كربوهيدرات ، ٣٠ جرام دهون على الأقل بأقل تكلفة ممكنة فما هي عدد الوحدات اللازمة من كل نوعي العلف (٢) ، (ب) [١٦،٢]

[٢٦] ورشة لصناعة الأثاث تتسع لعمل ٧٢ عاملا على الأكثر بعضهم مدرب والبعض الآخر تحت التدريب فإذا كان يفرض على كل عاملين مدربين بأن يعمل معهما على الأقل عامل واحد غير مدرب وإذا كان حجم إنتاج العامل المدرب مرتين ونصف من حجم إنتاج العامل غير المدرب فابقدر عدد العمال من كل نوع لكي يتحقق للورشة أكبر حجم إنتاج ممكن [٢٤، ٤٨]

[٢٧] يوسف وسامي يعملان على إحدى الماكينات لإنتاج منتج معين فإذا كان يوسف ينتج وحدة المنتج في الساعة بينما سامي ينتج وحدتين من هذا المنتج في الساعة ولكنه يمكنه العمل ساعتين على الأكثر في اليوم زيادة عن ساعات عمل يوسف وإذا علمنا أن الماكينة يجب أن تعمل ٦ ساعات على الأقل يوميا لتغطية نفقاتها وأنه يجب إنتاج ٨ وحدات من المنتج على الأقل يوميا فابقدر أقل أجور يومية تدفع ليوسف وسامي إذا علم أن يوسف يحصل على ٥ جنيهات أجر في الساعة وسامي يحصل على ٨ جنيهات أجر في الساعة [١٦، ٢٠]

[٢٨] يراد وضع نوعين من الكتب (٢) ، (ب) على رف مكتبة طوله ٩٦ سم وحمولته القصوى ٢٠ كجم فإذا كان وزن الكتاب من كلا النوعين هو ١ كجم وسمك الكتاب من النوع (٢) ٦ سم ومن النوع (ب) ٤ سم فابقدر عدد الكتب من كل نوع التي توضع على الرف بحيث يكون عددها أكبر ما يمكن فسر وجود عدة حلول

[٢٩] مصنع صغير به ١٢ آلة ٢٠ عاملا وكان المصنع ينتج نوعان من السلع فإذا كان إنتاج الوحدة من السلعة (٢) تحتاج إلى آلة واحدة وعاملين وإنتاج السلعة (ب) تحتاج إلى ٣ آلات وعاملين وإن سعر بيع الوحدة من السلعة (٢) هو ١٠ جنيه وثمة بيع الوحدة من السلعة (ب) هو ٢٠ جنيه المطلوب تحديد الإنتاج الأمثل لهذا المصنع لتحقيق أعلى إيراد ممكن



[٣٠]

مصنع للسيارات يستخدم خطيه للإنتاج م ، ب وكان إنتاج السيارة الواحدة من النوع الصغير يقتضى تشغيل خط الإنتاج م لمدة ساعتين وخط الإنتاج ب لمدة ٤ ساعات أما إنتاج السيارة الواحدة من النوع الكبير يقتضى تشغيل خط الإنتاج لمدة ٤ ساعات وخط الإنتاج ب لمدة ساعتين فإذا علم أن أقصى ربح ممكن للتشغيل ١٨ ساعة يوميا وربح المصنع من السيارة الصغيرة ٢٥٠٠ جنيه والكبيرة ٢٠٠٠ جنيه فما عدد السيارات التي ينتجها المصنع يوميا لتحقيق أكبر ربح

[٣١]

سلعتان غذائيتان تحتوى الوحدة من السلعة الأولى على ٤ وحدات فيتامين وتعطى ٣ سعرات حرارية وثمانى الوحدة من هذه السلعة ٦ جنيهات وتحتوى الوحدة من السلعة الثانية على وحدتين فيتامين وتعطى ٦ سعرات حرارية وثمانى الوحدة من هذه السلعة ٨ جنيهات فإذا كان المطلوب ٢٤ وحدة فيتامين على الأقل ٣٦ سعرا حراريا على الأقل فما هي الكمية المطلوبة شراءها من كل من السلعتين لتحقيق المطلوب بأقل تكلفة

[٣٢]

ينتج احد المصانع نوعين من الدرجات مستخدما في ذلك ماكينتان مختلفتان فإذا كان إنتاج دراجة من النوع الأول يلزم تشغيل الماكينة (م) لمدة ساعتان وتشغيل الماكينة (ب) لمدة ٤ ساعات وإنتاج دراجة من النوع الثانى يلزم تشغيل الماكينة (م) لمدة ٤ ساعات والماكينة (ب) لمدة ساعتان فإذا كان المصنع لا يعمل أكثر من ١٨ ساعة في اليوم وكان ربح الدراجة الواحدة من النوع الأول ٢٥ جنيه وربح الدراجة من النوع الثانى ٢٠ جنيه ما عدد الدرجات التي يجب إنتاجها يوميا من كل نوع ليحقق أعلى ربح

[٣٣]

مصنع للأبواب والشبابيك يستخدم في صناعتها آلتين م ، ب فإذا كان إنتاج الباب الواحد يلزم تشغيل الماكينة م لمدة ساعتين والماكينة ب لمدة ساعة وإنتاج الشبابك الواحد يلزم تشغيل الماكينة م لمدة ساعتين والماكينة ب لمدة ٣ ساعات والماكينة م ١٦ ساعة يوميا والماكينة ب لمدة ١٢ ساعة يوميا ويربح المصنع ٣٥ جنيهها من بيع الباب الواحد ٤٠ جنيهها في الشبابك الواحد اوجد عدد الأبواب والشبابيك التي يمكن أن ينتجها المصنع يوميا لتحقيق أكبر ربح [١٦ أبواب ، شبابيك]



[٣٤] مصنع للسيارات ينتج نوعيه من السيارات وقد خصص الصالة (٢) لعمليات تصنيع السيارة الأساسية والصالة (ب) لعمليات تشطيبها فإذا كان إنتاج السيارة الصغيرة يحتاج إلى عمل ٥ رجال يوميا في الصالة (٢) وأربعة رجال يوميا للصالة (ب) والسيارة الكبيرة تحتاج إلى عمل ٨ رجال يوميا في الصالة (٢) ٤ عمال يوميا بالصالة (ب) وكانت المعدات والآلات في الصالة (٢) لا تسمح بعمل أكثر من ١٢٠ رجلا والصالة (ب) لا تسمح بعمل أكثر من ٧٢ رجلا وكان مكسب المصنع من السيارة الصغيرة ٤٠٠٠ جنيه والكبيرة ٦٠٠٠ جنيه اوجد عدد السيارات التي يمكن أن ينتجها المصنع من كل نوع لتحقيق أكبر ربح [١٠٠٨]

[٣٥] يريد فلاح أن يشتري عددا من الأبقار وعددا من الأغنام وفي السوق وجد أن سعر البقرة ٥٠٠ جنيه والشاة ٢٠٠ جنيه ولا يستطيع أن يصرف في الشراء أكثر من ٩٠٠٠ جنيه كما أن تربية البقرة الواحدة تحتاج إلى فدانين من الحشائش في العام وتربية الشاة تحتاج إلى فدان من الحشائش في العام وهو لا يمتلك أكثر من ٤٠ فدان حشائش ويعلم أنه يكسب ١٢٠٠ جنيه في العام من ألبان البقرة ٥٠٠ جنيه من أصواف الشاة اوجد عدد الأبقار والأغنام التي يمكن أن يشتريها لكي يحقق أكبر ربح في العام [١٠ بقرات ، ٢٠ غنمة]

[٣٦] طلب من أحد المخابز صنع أكبر كمية ممكنة من نوع معين من الفطائر ونوع معين من اللعك فورا وعلم أن كمية الدقيق اللازمة لصنع الفطيرة أو اللعكة الواحدة ٩٠ جم وكمية السكر اللازمة لصنع اللعكة ٦٠ جم ولصنع الفطيرة ٣٠ جم ولا يوجد بالمخبز حينئذ أكثر من ٦٣ كجم دقيق ، ٣٦ كجم سكر وكان مكسب المخبز من اللعكة ٥٠ قرش والفطيرة ٤٠ قرش اوجد العدد المناسب من كل من اللعك والفطائر الذي يصنعه المخبز لكي يحقق أكبر ربح ممكن [٥٠٠ لعكة ، ٢٠٠ فطيرة]

[٣٧] مصنع ينتج نوعيه من القماش أحدهما فاخر للتصدير والآخر شعبي فإذا كان الطه من النوع الفاخر يحتاج إلى ٤ ساعات بقسم النسيج يوميا وثلاث ساعات بقسم الصباغة والطه من النوع الشعبي يحتاج إلى ساعتين بقسم النسيج وساعتين بقسم الصباغة وقسم النسيج لا يعمل أكثر من ١٤ ساعة يوميا وقسم الصباغة لا يعمل أكثر من ١٢ ساعة يوميا وبيع المصنع من النوع الفاخر ٢٠٠ ج لكل طه ومن النوع الشعبي ١٢٠ جنيه لكل طه اوجد عدد الأطنان التي ينتجها المصنع من كل نوع لكي يحقق أكبر ربح [٢ طه ، ٣ طه]



[٣٨]

مصنع للحقائب الجلدية يصنع نوعيه من الحقائب نوع كبير تحتاج الواحدة منه إلى مواد تكلف ٦٠ جنيه والصغيرة مواد خاص تكلفتها ٤٠ جنيه ولا يسمح باتفاق أكثر من ١٢٠٠ جنيه على المواد الخام أسبوعيا ويحتاج صناعة الحقبة الكبيرة إلى ٤ ساعات عمل والصغيرة إلى ساعتين عمل والمصنع لا يعمل أكثر من ٧٠ ساعة في الأسبوع فإذا كان مكسب المصنع في الحقبة الكبيرة ٨ جنيهات والصغيرة ٥ جنيهات اوجد عدد الحقائب التي ينتجها المصنع أسبوعيا من كل نوع لكي يحقق أكبر ربح [١٠، ٥٠]

مستودع لبيع الأرز والسكر يستوعب مخزنه ٣٠٠ شوالا فقط ساعة كل منها ٥٠ كجم كل أسبوع ويبيع أسبوعيا من الأرز على الأقل ضعف ما يبيعه من السكر فإذا كان سعر بيع شوال الأرز ٥٠٠ جنيه والسكر ٨٠٠ جنيه اوجد أكبر دخل ممكن لهذا المستودع في الأسبوع [١٨٠ ألف جنيه]

[٣٩]

شركة للمقاولات يسمح لها بتعيين ١٢٠ عامل على الأقل لا يجازي إحدى مشروعاتها قانون العمالة لا يسمح لها بتعيين أكثر من عامل واحد غير ماهر لكل ثلاثة عمال مهرة اوجد عدد العمال المهرة وغير المهرة التي يمكن تعيينهم لتحقيق أكبر إنتاج إذا علم أن العامل الماهر ينجز ساعتين عمل وغير الماهر ينجز ساعة واحدة عمل [٣٠ غير ماهر، ٩٠ ماهر]

[٤٠]

كلفت إحدى شركات النقل بنقل ٢٤٠ طالب طيران بمعداتهم إلى موقع للتدريب على بعد ١٦٠ ميل من مقرهم باستخدام أسطول الشركة من السيارات حمولة ٣ طه، ١ طه فإذا علم أنه لا يوجد لدى الشركة أكثر من ١٦ عربة من هذين النوعين جاهزة للسفر وأن السيارة حمولة ٣ طه تستطيع نقل ٢٠ طالب بمعدل ٨ ميل لكل جالون بنزين والسيارة حمولة طه واحد تستطيع نقل ١٢ طالب بمعدل ١٦ ميل لجالون البنزين وكانت تكلفة الوقود ٥ جنيه للجالون اوجد عدد السيارات التي يمكن استخدامها من كل نوع لتحقيق أرخص التكاليف [٦ كبيرة، ١٠ صغيرة]

[٤١]

تقوم إحدى المدارس بتقديم وجبة جافة لطلابها مكونة من صنفين من الأطعمة فإذا كانت كل وحدة من الصنف الأول تشتمل على ٨٠ جم من البروتينات، ٤٠ جم من الفيتامينات بينما تشتمل الوحدة من الصنف الثاني على ٤٠ جم من البروتينات، ٦٠ جم من الفيتامينات وكان الطالب الواحد يلزمه على الأقل ٣٢٠ جم من البروتينات ٢٤٠ جم من الفيتامينات فوجد عدد الوحدات التي يجب أن تقدمها المدرسة من كل صنف في الوجبة الواحدة بحيث يضمن لكل تلميذ الحد الأدنى من البروتينات والفيتامينات بأقل تكلفة ممكنة علما بأن ثمة الوحدة من الصنف الأول ٤٠ قرش ومنه الصنف الثاني ٥٠ قرش [٢، ٤]



تارين (١٠) على المطابقات

١ اكمل العبارات الآتية

- ١ ج^١ + ج^٢ =
٢ ج^١ - ١ =
٣ ج^١ - ١ =
٤ ج^١ + ١ =
٥ ج^١ - ١ =
٦ ج^١ + ١ =
٧ ج^١ - ١ =
٨ ج^١ + ١ =
٩ ج^١ - ١ =
١٠ ج^١ + ١ =
١١ ج^١ - ١ =
١٢ ج^١ + ١ =
١٣ ج^١ - ١ =
١٤ ج^١ + ١ =
١٥ ج^١ - ١ =
١٦ ج^١ + ١ =
١٧ ج^١ - ١ =
١٨ ج^١ + ١ =
١٩ ج^١ - ١ =
٢٠ ج^١ + ١ =
٢١ ج^١ - ١ =
٢٢ ج^١ + ١ =
٢٣ ج^١ - ١ =
٢٤ ج^١ + ١ =
٢٥ ج^١ - ١ =
٢٦ ج^١ + ١ =
٢٧ ج^١ - ١ =
٢٨ ج^١ + ١ =
٢٩ ج^١ - ١ =
٣٠ ج^١ + ١ =
٣١ ج^١ - ١ =
٣٢ ج^١ + ١ =
٣٣ ج^١ - ١ =
٣٤ ج^١ + ١ =
٣٥ ج^١ - ١ =
٣٦ ج^١ + ١ =
٣٧ ج^١ - ١ =
٣٨ ج^١ + ١ =
٣٩ ج^١ - ١ =
٤٠ ج^١ + ١ =
٤١ ج^١ - ١ =
٤٢ ج^١ + ١ =
٤٣ ج^١ - ١ =
٤٤ ج^١ + ١ =
٤٥ ج^١ - ١ =
٤٦ ج^١ + ١ =
٤٧ ج^١ - ١ =
٤٨ ج^١ + ١ =
٤٩ ج^١ - ١ =
٥٠ ج^١ + ١ =
٥١ ج^١ - ١ =
٥٢ ج^١ + ١ =
٥٣ ج^١ - ١ =
٥٤ ج^١ + ١ =
٥٥ ج^١ - ١ =
٥٦ ج^١ + ١ =
٥٧ ج^١ - ١ =
٥٨ ج^١ + ١ =
٥٩ ج^١ - ١ =
٦٠ ج^١ + ١ =
٦١ ج^١ - ١ =
٦٢ ج^١ + ١ =
٦٣ ج^١ - ١ =
٦٤ ج^١ + ١ =
٦٥ ج^١ - ١ =
٦٦ ج^١ + ١ =
٦٧ ج^١ - ١ =
٦٨ ج^١ + ١ =
٦٩ ج^١ - ١ =
٧٠ ج^١ + ١ =
٧١ ج^١ - ١ =
٧٢ ج^١ + ١ =
٧٣ ج^١ - ١ =
٧٤ ج^١ + ١ =
٧٥ ج^١ - ١ =
٧٦ ج^١ + ١ =
٧٧ ج^١ - ١ =
٧٨ ج^١ + ١ =
٧٩ ج^١ - ١ =
٨٠ ج^١ + ١ =
٨١ ج^١ - ١ =
٨٢ ج^١ + ١ =
٨٣ ج^١ - ١ =
٨٤ ج^١ + ١ =
٨٥ ج^١ - ١ =
٨٦ ج^١ + ١ =
٨٧ ج^١ - ١ =
٨٨ ج^١ + ١ =
٨٩ ج^١ - ١ =
٩٠ ج^١ + ١ =
٩١ ج^١ - ١ =
٩٢ ج^١ + ١ =
٩٣ ج^١ - ١ =
٩٤ ج^١ + ١ =
٩٥ ج^١ - ١ =
٩٦ ج^١ + ١ =
٩٧ ج^١ - ١ =
٩٨ ج^١ + ١ =
٩٩ ج^١ - ١ =
١٠٠ ج^١ + ١ =

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المطعنة :

- ١ المقدار $\frac{\sin \theta}{\cos \theta}$ في أبسط صورة يساوي :
 ١ ج^١ ٢ ج^٢ ٣ قا ٤ قتا^١
- ٢ المقدار : ج^١ ج^٢ ج^٣ ج^٤ في أبسط صورة يساوي :
 ١ ج^١ ٢ ج^٢ ٣ ج^٣ ٤ ج^٤
- ٣ المقدار : ج^١ (ج^٢ - ٩٠°) قتا (ج^٣ - ٩٠°) في أبسط صورة يساوي :
 ١ ٢ ج^١ ٣ ج^٢ ٤ ج^٣
- ٤ المقدار : $\frac{1 - \sin^2 \theta}{1 - \sin \theta}$ في أبسط صورة يساوي :
 ١ ج^١ ٢ ج^٢ ٣ ج^٣ ٤ ج^٤



✍ [٣] اثبت صحة المتطابقات التالية :

$$\begin{aligned}
 ١ \quad & \text{جتا } \theta = (١ - \text{جا } \theta) \times \frac{\text{قتا } \theta}{\text{جتا } \theta} \\
 ٢ \quad & \frac{\text{جتا } \theta}{\text{جتا } \theta + ١} = \frac{١}{\text{جتا } \theta + ١} \\
 ٣ \quad & \frac{\alpha \text{ جا } - ١}{\alpha \text{ جا } + ١} = \frac{(\alpha \text{ ظا} - \alpha \text{ قا})}{\alpha \text{ جا } + ١} \\
 ٤ \quad & \frac{١}{\beta \text{ ظا} + ١} - \frac{١}{\alpha \text{ ظا} + ١} = \frac{\beta \text{ جتا} - \alpha \text{ جتا}}{\alpha \text{ جا} - \alpha \text{ جتا} + \alpha \text{ جتا} \alpha \text{ جا}} \\
 ٥ \quad & \frac{١}{\alpha \text{ جا} - ١} = \frac{١}{\alpha \text{ ظا} + ١} \\
 ٦ \quad & \frac{١}{\beta \text{ ظا} + ١} - \frac{١}{\alpha \text{ ظا} + ١} = \frac{\beta \text{ جتا} - \alpha \text{ جتا}}{\alpha \text{ جا} - \alpha \text{ جتا} + \alpha \text{ جتا} \alpha \text{ جا}} \\
 ٧ \quad & \alpha \text{ قا} - \alpha \text{ قتا} = \frac{١}{\alpha \text{ جا} - \alpha \text{ جتا} + \alpha \text{ جتا} \alpha \text{ جا}}
 \end{aligned}$$

✍ [٤] اثبت صحة المتطابقات التالية

$$\begin{aligned}
 ١ \quad & \mu \text{ ظا} \mu \text{ جتا} = \mu \text{ جا} \\
 ٢ \quad & \beta \text{ جتا} = \beta \text{ جا} \beta \text{ ظا} \\
 ٣ \quad & \mu \text{ جا} \mu \text{ جتا} \mu \text{ ظا} = ١ - \mu \text{ جتا} \\
 ٤ \quad & \mu \text{ ظا} + \theta \text{ ظا} = \theta \text{ قتا} \\
 ٥ \quad & \mu \text{ جا} \mu \text{ جتا} \mu \text{ قا} = \mu \text{ قتا} \\
 ٦ \quad & \theta \text{ جتا} + \theta \text{ ظا} = \theta \text{ قا} \\
 ٧ \quad & \theta \text{ جتا} + \theta \text{ ظا} = \theta \text{ قا} \\
 ٨ \quad & \theta \text{ جتا} + \theta \text{ ظا} = \theta \text{ قتا} \\
 ٩ \quad & ٢ - \text{جتا } \theta + \theta \text{ جا} = (١ + \theta \text{ جا}) \\
 ١٠ \quad & \theta \text{ جا} \theta \text{ جتا} \theta \text{ ظا} = ١ - \text{جتا } \theta \\
 ١١ \quad & \mu \text{ قا} - \mu \text{ جا} = \mu \text{ جتا} + \mu \text{ ظا} \\
 ١٢ \quad & \mu \text{ قا} \mu \text{ قتا} \mu \text{ ظا} = ١ + \mu \text{ ظا} \\
 ١٣ \quad & \mu \text{ جتا} \times \text{قتا } (\mu - ٩٠) - \mu \text{ ظا} = ٠ \\
 ١٤ \quad & (\mu \text{ جا} + ١)(\mu \text{ قا} - \mu \text{ ظا}) \\
 ١٥ \quad & \mu \text{ قا} - \mu \text{ جا} = (\mu - ٩٠) \text{ جا} \\
 ١٦ \quad & \mu \text{ جا} - \mu \text{ جتا} = \mu \text{ ظا} - \mu \text{ قتا} \\
 ١٧ \quad & \mu \text{ جا} - \mu \text{ جتا} = \mu \text{ ظا} - \mu \text{ قتا} \\
 ١٨ \quad & \mu \text{ جا} - \mu \text{ جتا} = \mu \text{ ظا} - \mu \text{ قتا} \\
 ١٩ \quad & \theta \text{ جا} - \theta \text{ جتا} = \theta \text{ ظا} - \theta \text{ قتا}
 \end{aligned}$$



٥) أثبت صحة المطابقات التالية

$$١) \quad ٤ \text{ جا } \mu - ٣ = ١ - ٤ \text{ جتا } \mu$$

$$٢) \quad \mu \text{ ظا } - \mu \text{ جا } = \mu \text{ جا } - \mu \text{ ظا}$$

$$٣) \quad \theta \text{ قا } + \theta \text{ قتا } = \theta \text{ قتا } + \theta \text{ قا}$$

$$٤) \quad \theta \text{ قا } + \theta \text{ قتا } = \theta \text{ قتا } + \theta \text{ قا}$$

$$٥) \quad \mu \text{ قا } + \mu \text{ قتا } - \mu \text{ ظا } = ٤ - \mu \text{ قتا}$$

$$٦) \quad \mu \text{ ظا } - \mu \text{ قا } - \mu \text{ قتا } = (١ - \mu \text{ جا } - ١)$$

$$٧) \quad (\theta \text{ جتا } + \theta \text{ قتا}) + (\theta \text{ جا } - \theta \text{ جتا}) = ٢ - \mu \text{ جا } + \mu \text{ جتا}$$

$$٨) \quad ٢ - \mu \text{ جا } + \mu \text{ جتا} = (\mu \text{ جتا } + ١) = \mu \text{ جتا} + ١$$

$$٩) \quad \beta \text{ جا } = (\beta \text{ جتا } + ١)(\beta \text{ جتا } - ١)$$

$$١٠) \quad \beta \text{ قتا } - \beta \text{ جتا } = \beta \text{ جتا } - \beta \text{ قتا}$$

$$١١) \quad \beta \text{ جتا } = (\beta \text{ جا } + ١)(\beta \text{ جا } - ١)$$

$$١٢) \quad \theta \text{ جتا } = \theta \text{ جتا } + \theta \text{ جتا} - ١$$

$$١٣) \quad ١ - \theta \text{ جتا} = \theta \text{ جتا} - ١$$

$$١٤) \quad \theta \text{ جتا} - \theta \text{ جتا} = \theta \text{ جتا} - ١$$

$$١٥) \quad \theta \text{ ظا } - \theta \text{ ظا} = \theta \text{ ظا} - \theta \text{ ظا} = \theta \text{ ظا} - \theta \text{ ظا}$$

$$١٦) \quad (\mu \text{ ظا } + \mu \text{ جتا}) = (\mu \text{ جتا} + ١) + ١ - \mu \text{ جتا}$$

$$١٧) \quad (\theta \text{ جتا } + \theta \text{ قتا}) - \theta \text{ جتا} = \theta \text{ جتا} = ١$$

$$١٨) \quad (\theta \text{ جتا } + \theta \text{ قتا}) - (\theta \text{ جتا } + \theta \text{ قتا}) = ٢ - (\theta \text{ جتا } + \theta \text{ قتا})$$

$$١٩) \quad \mu \text{ قا } - (\mu - ٩٠) \text{ قتا} + \mu \text{ جتا} = (\mu - ٩٠) \text{ قتا}$$

$$٢٠) \quad \beta \text{ جتا} - \beta \text{ جتا} = ١ - \beta \text{ جتا} = \beta \text{ جتا} - ١$$

$$٢١) \quad (\mu \text{ ظا } + ١) + \mu \text{ جتا} = \mu \text{ جتا} + (\mu \text{ ظا } + ١)$$



٦ اثبت صحة المتطابقات التالية

$$\text{١} \quad \beta^{\circ} \text{ قتا} = \frac{\beta^{\circ} \text{ ظا} + 1}{\beta^{\circ} \text{ ظا}}$$

$$\text{٣} \quad \frac{\beta^{\circ} \text{ ظا} - 1}{\beta^{\circ} \text{ ظا} + 1} = \beta^{\circ} \text{ جا} - \beta^{\circ} \text{ جتا}$$

$$\text{٥} \quad \frac{\beta \text{ جا} - 1}{\beta \text{ جا} + 1} = \text{٢} (\beta \text{ قتا} - \beta \text{ قتا})$$

$$\text{٧} \quad 1 - \beta^{\circ} \text{ جتا} = \frac{1 - \beta^{\circ} \text{ قتا}}{\beta^{\circ} \text{ قتا} + 1}$$

$$\text{٩} \quad \beta^{\circ} \text{ جا} - \alpha^{\circ} \text{ جا} = \frac{1}{\beta^{\circ} \text{ قتا}} - \frac{1}{\alpha^{\circ} \text{ قتا}}$$

$$\text{١١} \quad \theta^{\circ} \text{ قتا} = \frac{\theta^{\circ} \text{ ظا} + 1}{\theta^{\circ} \text{ ظا}}$$

$$\text{١٣} \quad 1 - \text{٢ جا}^{\circ} = \frac{\beta \text{ قتا} - \beta \text{ ظا}}{\beta \text{ قتا} + \beta \text{ ظا}}$$

$$\text{١٥} \quad \alpha^{\circ} \text{ ظا} = \frac{\alpha^{\circ} \text{ ظا} + 1}{\alpha^{\circ} \text{ قتا} + 1}$$

$$\text{١٧} \quad \alpha^{\circ} \text{ قتا} = \frac{\alpha^{\circ} \text{ جتا} + \alpha^{\circ} \text{ جا}}{\alpha^{\circ} \text{ جتا}}$$

$$\text{١٩} \quad \theta \text{ جا}^{\circ} = \frac{\theta \text{ ظا}^{\circ}}{\theta^{\circ} \text{ ظا} + 1}$$

$$\text{٢١} \quad \frac{\theta \text{ قتا}}{\theta \text{ قتا} + 1} = \frac{1}{\theta \text{ ظا} + 1}$$

$$\text{٢} \quad \frac{\beta \text{ جا}}{1 + \beta \text{ جتا}} = \frac{\beta \text{ جتا} - 1}{\beta \text{ جا}}$$

$$\text{٤} \quad \alpha \text{ قتا} = \frac{\alpha^{\circ} \text{ جتا} + \alpha^{\circ} \text{ جتا} \alpha^{\circ} \text{ جا}}{\alpha \text{ جا}}$$

$$\text{٦} \quad \beta \text{ قتا}^{\circ} = \frac{\beta \text{ جتا} + 1}{\beta \text{ جا}} + \frac{\beta \text{ جا}}{\beta \text{ جتا} + 1}$$

$$\text{٨} \quad \frac{\beta \text{ جا} + 1}{\beta \text{ جا} - 1} = \frac{\beta \text{ قتا} + 1}{1 - \beta \text{ قتا}}$$

$$\text{١٠} \quad \theta^{\circ} \text{ قتا} = \frac{1}{\theta \text{ جا} - 1} + \frac{1}{\theta \text{ جا} + 1}$$

$$\text{١٢} \quad \frac{\beta \text{ جا} + 1}{\beta \text{ جتا}} = \frac{\beta \text{ جتا}}{\beta \text{ جا} - 1}$$

$$\text{١٤} \quad \alpha \text{ جتا} \alpha \text{ جا} = \frac{(1 - \alpha^{\circ} \text{ جتا})}{\alpha \text{ جتا}}$$

$$\text{١٦} \quad \frac{1 - \beta^{\circ} \text{ جتا}^{\circ}}{\beta \text{ جتا}^{\circ}} = \beta \text{ جا}^{\circ} \text{ ظا}^{\circ}$$

$$\text{١٨} \quad \alpha \text{ ظا} = \frac{\alpha^{\circ} \text{ جتا} \alpha \text{ جا} + \alpha^{\circ} \text{ جا}}{\alpha^{\circ} \text{ جتا}}$$

$$\text{٢٠} \quad \theta \text{ ظا} = \frac{\theta \text{ جا}^{\circ} - \theta \text{ جتا}^{\circ}}{\theta \text{ جتا} - \theta^{\circ} \text{ جتا}^{\circ}}$$

$$\text{٢٢} \quad \theta^{\circ} \text{ جتا} = \frac{\theta^{\circ} \text{ قتا}}{1 + \theta^{\circ} \text{ قتا}}$$



U اثبت صحة المطابقات التالية

$$1 \quad \frac{\text{جا } \theta^2 (1 + \text{جتا } \theta)}{\text{جتا } \theta^2} = \frac{\text{ظا } \theta}{\text{ظنا } \theta} + \frac{\text{جا } \theta^2}{\text{جتا } \theta}$$

$$2 \quad 1 = \frac{\alpha^2 \text{ ظنا } \theta - \alpha^2 \text{ قنا } \theta}{\alpha^2 \text{ قا } \theta} = \frac{\alpha^2 \text{ ظا } \theta - \alpha^2 \text{ قا } \theta}{\alpha^2 \text{ قنا } \theta}$$

$$3 \quad \text{صفر} = \frac{\text{جا } \theta - \text{جتا } (\theta - 90^\circ)}{\text{جتا } \theta + \text{جتا } \text{ص}} + \frac{\text{جا } (\theta - 90^\circ) + \text{جتا } \text{ص}}{\text{جتا } \theta + \text{جتا } \text{ص}}$$

$$4 \quad \text{قا } \theta \text{ ظا } \theta = \frac{1}{1 + (\theta - 90^\circ) \text{ قا}} + \frac{1}{1 - (\theta - 90^\circ) \text{ قنا}}$$

$$5 \quad \frac{\text{قا } \theta^2 \text{ جا } \theta - \theta^2 \text{ قنا } \theta + \theta^2 \text{ قنا } \theta - \theta^2 \text{ جا } \theta}{\theta^2 \text{ قنا } \theta - \theta^2 \text{ جا } \theta}$$

$$6 \quad \frac{\text{قا } \theta + \theta \text{ قنا}}{\text{قا } \theta - \theta \text{ قنا}} = \frac{1 + \theta \text{ ظا}}{1 - \theta \text{ ظا}} = \frac{1 + \theta \text{ ظنا}}{\theta \text{ ظنا} - 1}$$

$$7 \quad \frac{\theta \text{ ظنا} + \theta \text{ قنا}}{\theta \text{ ظنا} - \theta \text{ قنا}} = \frac{\theta \text{ ظنا} - \theta \text{ قنا}}{\theta \text{ ظنا} + \theta \text{ قنا}}$$

$$8 \quad \theta \text{ قا} + \theta \text{ ظا} = \frac{1 - \theta \text{ قا} + \theta \text{ ظا}}{1 + \theta \text{ قا} - \theta \text{ ظا}}$$

$$9 \quad \left(\frac{\theta \text{ ظا} - 1}{\theta \text{ ظنا} - 1} \right)^2 = \frac{\theta^2 \text{ ظا} + 1}{\theta^2 \text{ ظنا} + 1}$$

$$10 \quad \beta \text{ جا} = \frac{\text{ظا } \beta}{1 + \sqrt{1 + \text{ظنا } \beta^2}}$$

$$11 \quad \frac{1}{2} = \frac{\text{جتا } (\beta - 90^\circ) \text{ جتا } \beta [\text{ظا } \beta + \text{ظنا } \beta]}{3 \text{ جتا } 60^\circ + \text{جا } 45^\circ}$$

$$12 \quad \beta \text{ قنا} \beta \text{ قا} = \frac{\beta \text{ جا}}{(\beta - 90^\circ) \text{ جا}} + \frac{(\beta - 90^\circ) \text{ جا}}{(\beta - 90^\circ) \text{ جتا}}$$

$$13 \quad \text{جتا } \beta = \beta \text{ قنا} \beta \text{ جا} + \beta \text{ ظا} - \frac{\beta^2 \text{ جتا } \beta + \beta^2 \text{ جا}}{\beta \text{ جتا}}$$

تارين (١١) على حل المعادلات المثلثية

١١) أكمل ما يأتي :

- ١ الحل العام للمعادلة : $\sin \theta = 1$ لجميع قيم θ هو
- ٢ الحل العام للمعادلة : $\sin \theta = 1$ لجميع قيم $\theta \in [\pi, 2\pi]$ هو
- ٣ الحل العام للمعادلة : $\sin \theta = \theta$ لجميع قيم θ هو
- ٤ مجموعة حل المعادلة $\sqrt{3} = \theta$ حيث $\theta \in [\pi, 2\pi]$ هو

١٢) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- ١ إذا كانت $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$ وكانت : $\sin \theta = 1$ فإن θ تساوي
- ١) 0° ٢) 90° ٣) 180° ٤) 270°
- ٢ إذا كانت $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$ وكانت : $\sin \theta = 1$ فإن θ تساوي
- ١) 90° ٢) 180° ٣) 270° ٤) 360°
- ٣ إذا كانت $0^\circ \leq \theta < 180^\circ$ وكانت : $\sqrt{3} = \sin \theta$ فإن θ تساوي
- ١) 30° ٢) 60° ٣) 120° ٤) 150°
- ٤ إذا كانت $180^\circ \leq \theta < 360^\circ$ وكانت : $\sin \theta = 1$ فإن θ تساوي
- ١) 210° ٢) 240° ٣) 300° ٤) 330°

١٣) أوجد الحل العام لكل من المعادلات التالية :

- ١ $\sin \theta = 1$ ٢ $\sin \theta = \sqrt{3}$ ٣ $\sqrt{3} = \sin \theta$
- ٤ $\sin \theta = 1 - \theta$ ٥ $\sin \theta = 3$ ٦ $\sin \theta = \sin \theta$
- ٧ $\sin \theta = 3$ ٨ $\sin \theta = \sin \theta$ ٩ $\sqrt{3} = \sin \theta - \sin \theta$
- ١٠ $\sin \theta = 0.325$ ١١ $\sin \theta = 0.064$ ١٢ $\sin \theta = 0.245$
- ١٣ $\sin \theta = \sin \theta + \sin \theta$ ١٤ $\sin \theta = 1$ ١٥ $\sin \theta = 3$
- ١٦ $\sin \theta = 1 - \theta$ ١٧ $\sin \theta = 2 - \theta$ ١٨ $\sin \theta = \sin \theta + \sin \theta$



✍ [٤] إذا كانت $\theta \in [0, \pi/2]$ فأوجد مجموعة حل المعادلات التالية :

١ $\sin 2\theta = 1 + \theta$ ٢ $\sin 2\theta = 1 - \theta$ ٣ $\sin \theta = 1 - \theta$

٤ $\cos \theta = 2 - \theta$ ٥ $\sin \theta = \sqrt{3} - \theta$ ٦ $\sin \theta = \sqrt{3} - \theta$

٧ $\sin \theta = \theta + \cos \theta$ ٨ $\sin \theta = \theta - \cos \theta$ ٩ $\sin \theta = \sqrt{3} + \theta$

١٠ $\sin \theta = 3 \cos \theta$ ١١ $\sin 2\theta = \sqrt{3} + \cos \theta$ ١٢ $\sin \theta = 2 + \cos \theta$

١٣ $\sin \theta = 1 - \theta$ ١٤ $\sin 3\theta = 2 + \theta$ ١٥ $\sin \theta = -0.5$

١٦ $\sin \theta = 3 + \cos \theta$ ١٧ $\cos \theta = \sqrt{2} + \theta$ ١٨ $\sin \theta = 0 - \theta$

١٩ $\sin \theta = 1 + \cos \theta$ ٢٠ $\sin 4\theta = \theta$ ٢١ $\sin \theta = 0 - \theta$

٢٢ $\sin \theta = |\theta|$ ٢٣ $\sin 3\theta = 2 + \cos \theta$ ٢٤ $\sin \theta = 3 + \cos \theta$

٢٥ $\sin \theta = \cos \theta$ ٢٦ $\sin \theta = (90^\circ - \theta) - \sqrt{3}$ ٢٧ $\sin 3\theta = \theta + \cos 60^\circ$

٢٨ $\sin \theta = \sqrt{3} \cos \theta + 2 \cos 90^\circ$ ٢٩ $\sin 2\theta = (270^\circ - \theta) - \sqrt{3}$ ٣٠ $\sin 4\theta = \cos \theta + 270^\circ = 0$

✍ [٥] إذا كانت $\theta \in [0, \pi/2]$ فأوجد مجموعة حل المعادلات التالية :

١ $\sin 2\theta = \theta - \cos \theta$ ٢ $\sin 2\theta = \theta + \cos \theta$ ٣ $\sin 2\theta = \theta + \cos 3\theta$

٤ $\sin \sqrt{2}\theta = \theta - \cos \theta$ ٥ $\sin 2\theta = \theta - \sqrt{3} \cos \theta$ ٦ $\sin \theta = \theta + \cos 2\theta$

٧ $\sin \theta = \theta - \cos \theta$ ٨ $\sin 2\theta = \theta - \cos \theta$ ٩ $\sin \theta = \theta - \cos \theta$

١٠ $\sin \theta = \theta - \cos \theta$ ١١ $\sin \theta = \theta + \cos \theta$ ١٢ $\sin \theta = \sqrt{3} \cos \theta - \theta$

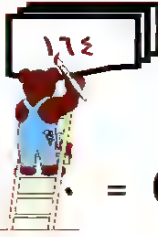
١٣ $\sin 3\theta = 1 - \theta$ ١٤ $\sin \theta = 3 - \theta$ ١٥ $\sin \theta = 1 - \theta$

✍ [٦] إذا كانت $\theta \in [0, \pi/2]$ فأوجد مجموعة حل المعادلات التالية

١ $\sin 2\theta = \theta^2 - \cos 3\theta$ ٢ $\sin 3\theta = \theta^2 - \cos 2\theta$

٣ $\sin \theta = \theta - \cos 3\theta$ ٤ $\sin \theta = \theta^2 - \cos 2\theta$

٥ $\sin \theta = \theta + \cos 2\theta$ ٦ $\sin \theta = \theta - \cos \theta$



$$٧ \quad \varepsilon \text{ قتا} + \theta \text{ جا} ٢ = ٩$$

$$٨ \quad ٢ \text{ جتا} + \theta \sqrt{٢} = ٣ \text{ قا} \theta$$

$$٩ \quad ٢ \text{ جا} \theta \text{ ظا} + \theta \text{ ظا} = ١ + \theta \text{ جا} ٢$$

$$١٠ \quad ٦ \text{ ظا} - \theta \sqrt{٥} = ٣ \text{ قا} \theta + ٢ \text{ ظتا} \theta$$

$$١١ \quad ٥ \text{ ظا} + \theta \text{ ظتا} ٦ = ١١$$

$$١٢ \quad ٣ \text{ ظا} = \theta^٢ \text{ ظا} + \theta^٢ \text{ قا} \theta$$

$$١٣ \quad \theta \text{ قتا} \theta - \theta \text{ ظا} = ٢$$

$$١٤ \quad \theta \text{ ظا} = ٣٠ \text{ قا} \theta + \theta \text{ ظتا} \theta$$

$$١٥ \quad \theta \text{ ظتا} + \theta \text{ ظا} = ٢ \text{ قتا} \theta$$

$$١٦ \quad \varepsilon \text{ جا} \theta + \theta \sqrt{٣} = ٣ \sqrt{٢} + ٢ (١ + \sqrt{٣}) \text{ جا} \theta$$

$$١٧ \quad \theta \text{ ظا} + \theta \text{ قا} = \sqrt{٣}$$

$$١٨ \quad ٥ \text{ ظا} \theta - \theta^٢ \text{ قا} = ١$$

$$١٩ \quad ٨ \text{ جا} \theta - \theta^٢ \text{ جتا} ٢ = ٥$$

$$٢٠ \quad \frac{٥}{٢} = \theta \text{ قتا} + \theta \text{ جا}$$

$$٢١ \quad \frac{١}{٢} = \theta \text{ قا} + \theta \text{ جتا} ٢$$

$$٢٢ \quad \frac{٣}{٢\sqrt{٢}} = \theta \text{ قتا} + \theta \text{ جا}$$

$$٢٣ \quad ٣ \text{ جا} \theta + \varepsilon \text{ جتا} \theta = \frac{١}{٢}$$

$$٢٤ \quad \frac{١١}{\varepsilon} = \frac{٣}{\theta \text{ قتا}} + \theta \text{ جا} + \theta^٢ \text{ جتا}$$

$$٢٥ \quad ٢ \text{ جا} \theta \text{ جتا} + \theta \text{ ظتا} = ١ + \theta \text{ جتا} ٢$$

$$٢٦ \quad \theta \text{ ظا} - \theta \sqrt{٣} \text{ ظتا} = ١ + \sqrt{٣}$$

✍ (U) أوجد حل كل من المعادلات التالية في الفترة $[\frac{\pi}{٢}, \pi]$

$$١ \quad \theta^٢ \text{ ظا} - \theta \text{ ظا} = ٠$$

$$٢ \quad ٢ \text{ جا} \theta \text{ جتا} - \theta \text{ جتا} = ٠$$

$$٣ \quad ٢ \text{ جا} \theta^٢ - \theta^٢ \text{ جا} ٣ - ٢ = ٠$$

$$٤ \quad ٢ \text{ جا} \theta \text{ جتا} - \theta \sqrt{٣} \text{ جا} \theta = ٠$$

$$٥ \quad ٢ \text{ جا} \theta \text{ جتا} + \theta \sqrt{٣} \text{ جا} \theta = ٠$$

$$٦ \quad ٢ \text{ جتا} \theta - \theta \text{ جتا} ٥ + ٢ = ٠$$

$$٧ \quad ١٠ \text{ جا} \theta^٢ - \theta^٢ \text{ جا} ٩ - ٩ = ٠$$

$$٨ \quad ٦ \text{ جا} \theta^٢ - \theta^٢ \text{ جا} ٢ - ٢ = ٠$$

$$٩ \quad ٦ \text{ جتا} \theta^٢ - \theta^٢ \text{ جتا} ٥ + ١ = ٠$$

$$١٠ \quad ٢ \text{ ظا} \theta^٢ - \theta^٢ \text{ ظا} - ١ = ٠$$

$$١١ \quad \varepsilon \text{ جا} \theta^٢ + ٨ \text{ جا} \theta + ٣ = ٠$$

$$١٢ \quad ٢ \text{ قتا} \theta^٢ - \theta^٢ \text{ قتا} ٥ + ٢ = ٠$$

$$١٣ \quad \varepsilon \text{ جا} \theta^٢ + ٨ \text{ جا} \theta + ٣ = ٠$$

$$١٤ \quad ٢ \text{ جا} \theta^٢ - \theta^٢ (\sqrt{٣} - ٢) - \sqrt{٣} = ٠$$

$$١٥ \quad \theta (١ - \theta^٢ \text{ جتا}) = ٠$$

$$١٦ \quad ٢ \text{ جتا} \theta^٢ - \theta^٢ (\sqrt{٣} + ٢) - \sqrt{٣} = ٠$$

$$١٧ \quad \theta^٢ \text{ ظا} (١ - \theta \text{ ظا}) = (١ + \theta \text{ ظا})$$

$$١٨ \quad \varepsilon \text{ جا} \theta^٢ + ٢ (\sqrt{٣} - ١) - \sqrt{٣} = ٠$$

١٦٥
٨] إذا كانت $\theta \in [0, \pi/2]$ فأوجد مجموعة حل المعادلات التالية :

$$١ \text{ جتا } \theta = (\theta - 90^\circ) \sqrt{3} \text{ جا } \theta \quad ٢ \text{ جتا } \theta + \theta^2 \text{ جا } ١١ = ٦ - (\theta - 90^\circ)$$

$$٣ \text{ قا } \theta + \theta \text{ جتا } \theta = ٣ \quad ٤ \text{ جتا } \theta = ٢ - \text{قا } \theta$$

$$٥ \text{ جا } \theta + \theta \text{ قا } \theta - \theta = ٠ \quad ٦ \text{ جتا } \theta + \theta \text{ قا } \theta = \theta^2 \sqrt{3}$$

$$٧ \text{ ظا } \theta - \theta^2 \text{ ظا } \theta = ٣ + \theta = ٠ \quad ٨ \text{ ظا } \theta = ١$$

$$٩ \text{ جا } \theta \text{ جتا } \theta + \theta \text{ جا } \theta - \theta \text{ جتا } \theta = ١ - \theta = ٠ \quad ١٠ \frac{١}{20} = \theta^2 \text{ قا } \theta$$

$$١١ \text{ ظا } \theta \sqrt{3} - \theta^2 \text{ ظا } \theta = ١ + \theta \quad ١٢ \text{ ظا } \theta + \theta^2 \text{ قا } \theta = ٧$$

$$١٣ \text{ ظا } \theta + \theta^2 \text{ قا } \theta = ٥ + \theta = ٠ \quad ١٤ \text{ جا } \theta = ٩ - (\theta - 270^\circ) \text{ جا } \theta + (\theta + 270^\circ) \text{ جتا } \theta$$

$$١٥ \text{ ظا } \theta - \theta^2 \text{ ظا } \theta = \frac{١}{\theta} \quad ١٦ \frac{\text{قا } \theta - \theta^2 \text{ ظا } \theta}{٣} = \frac{\theta^2 \text{ ظا } \theta}{\text{جا } \theta}$$

٩] أوجد قياس أصغر زاوية موجبة تحقق المعادلتين :

$$\text{جتا } \theta + ١ = ٠, \quad \theta \text{ ظا } \theta - \sqrt{3} = ٠$$

١٠] أوجد مجموعة حل المعادلة $\frac{١}{\sqrt{3}} = \left(\frac{\theta}{٤}\right) \text{ جا } \theta$ **حيث $\theta \in [0, 90^\circ]$**

١١] إذا كانت : $0^\circ < \theta \leq 360^\circ$ فأوجد مجموعة حل المعادلات التالية :

$$١ \text{ جا } \theta \text{ جتا } \theta + \theta \text{ جا } \theta = ٣ \text{ جتا } \theta \quad ٢ \text{ ظا } \theta - \theta^2 \text{ جا } \theta = ٣ \text{ جتا } \theta$$

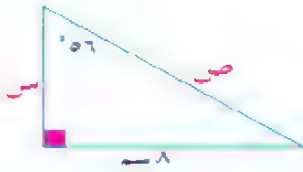
١٢] أوجد الحل العام لكل من المعادلات الآتية بالراديان .

$$١ \text{ ظا } \theta = ١ \quad ٢ \text{ جتا } \theta = \text{جتا } \theta \quad ٣ \text{ جا } \theta - \theta \sqrt{3} = ٠$$

$$١ \text{ جا } \theta = \frac{\sqrt{3}}{٢} \quad ٢ \text{ جتا } \theta = ١ \quad ٣ \text{ ظا } \theta = \frac{\sqrt{3}}{٢}$$

تأرين () على حل المثلث القائم

ك [١] أوجد قيمة كل من α ، β في كل شكل من الأشكال الآتية :



ك [٢] أوجد قيمة كل من الزاويتين α ، β بالقياس الستيني في كل شكل من الأشكال الآتية :

حل المثلث \triangle ب ج القائم الزاوية في ب مقربا الزوايا لأقرب درجة و الطول لأقرب سم حيث :

١ \triangle ب ج $\alpha = 4^\circ$ ، $\beta = 6^\circ$ ٢ \triangle ب ج $\alpha = 12.5^\circ$ ، $\beta = 17.6^\circ$

٣ \triangle ب ج $\alpha = 0.3^\circ$ ، $\beta = 12.2^\circ$ ٤ \triangle ب ج $\alpha = 31^\circ$ ، $\beta = 42^\circ$

ك [٣] حل المثلث \triangle ب ج القائم الزاوية في ب مقربا الزوايا لأقرب ثلاثة أرقام عشرية

من الراديان والطول لأقرب ثلاثة أرقام عشرية من الستيمرات حيث

١ \triangle ب ج $\alpha = 0.925^\circ$ ، $\beta = 8^\circ$ ٢ \triangle ب ج $\alpha = 1.169^\circ$ ، $\beta = 18^\circ$

٣ \triangle ب ج $\alpha = 0.646^\circ$ ، $\beta = 10.7^\circ$ ٤ \triangle ب ج $\alpha = 1.082^\circ$ ، $\beta = 30.8^\circ$

مسائل على حل المثلث إذا علم فيه طول الوتر وقياس زاوية حادة

ك [٤] \triangle ب ج قائم الزاوية في ب ، فيه $\beta = 100^\circ$ ، $\alpha = 63^\circ$

[٤٥.٤ ، ٨٩.١]

احسب طول كل من \overline{AB} ، \overline{BC}

ك [٥] \triangle ب ج قائم الزاوية في ب فيه $\beta = 28^\circ$ ، $\alpha = 9^\circ$

[١٦.٤ ، ٢٢.٦٩٤]

أوجد طول كل من \overline{AB} ، \overline{BC}

ك [٦] \triangle ب ج قائم الزاوية في ج فيه $\alpha = 42^\circ$ ، $\beta = 20^\circ$

[١٦٨.١٨٥]

احسب طول كل من \overline{AB} ، \overline{BC}



٨ (٥) حل المثلث القائم الزاوية الذي فيه Δ قائمة ، $م = ب = ١٢$ سم ، $ق(ب \Delta) = ٣٣^\circ ٥٥'$

$$[٢٧' / ٣٤^\circ ، ٩٨٩٥٠ ، ٦٧٨٨]$$

٩ (٦) $م$ ب ج ، مستطيك فيه $م$ ج = ٢٠ سم ، $ق(ب \Delta) = ٤١^\circ ٣٢'$

$$[١٠٨ ، ١٦٨٣٤]$$

احسب طول $م$ ب ، $ب$ ج

٩ (٩) حل المثلث القائم الذي طول وتره ٥٠ سم وقياس إحدى زاويتيّه الحادتيه = $١٩^\circ ٤٦'$

$$[٤١' / ٤٣^\circ ، ٣٦١٦٠ ، ٣٤٠٥٠]$$

١٠ (١٠) Δ قائم أتبّه أضلاعه طول = ٤٠ سم وإحدى زواياه قياسها = $٣٧^\circ ٤٣'$

$$[٢٦٦٣٢ ، ٤٦' / ٢٣^\circ ، ٢٧٠٩٢]$$

اوجد قياس زاويته الحادة الأخرى ، طول أصغر أضلاعه

١١ (١١) سلم طوله ١٥ قدم يرتكز على حائط راسي وعلى أرض أفقية اوجد بعد طرفي السلم العلوي

والسفلي عن الأرض والحائط على الترتيب إذا علمت أن زاوية ميل السلم على الأرض قياسها = ٢٧°

$$[١٣٣٦٥ ، ٦٨١]$$

١٢ (١٢) عمود تلغراف مثبت راسيا فوق أرض أفقية ومشدود من طرفه العلوي بحبل طوله ١٠ متر

يميل على الأرض بزاوية قياسها $١٢^\circ ٧٣'$ اوجد طول العمود

$$[٩٥٧٣ \text{ متر}]$$

١٣ (١٣) $م$ ب ج Δ متساوي الساقين فيه $م = ب = ٢٥$ سم ، $م$ ب \perp ب ج

$$[١٥٠ ، ٩٣٠ ، ٣٩٠]$$

، $ق(ب \Delta) = ٣٧^\circ$ احسب طول كل من $م$ ، $ب$ ج

١٤ (١٤) دائرة نصف قطرها ٥ سم رسم فيها وتر يقابل زاوية مركزية قياسها ١٠٥°

$$[٧٩٣٤]$$

احسب طول هذا الوتر

١٥ (١٥) $م$ ب قطر في دائرة طوله ٢٠ سم رسم الوتران $م$ ج ، $م$ ب في جهتيه مختلفتيه من القطر

$م$ ب فإذا كان $ق(ب \Delta) = ١٣^\circ ٣٥'$ ، $ق(م \Delta) = ٦^\circ ٢٧'$

$$[٥٤٧٨٤]$$

احسب محيط الشكل $م$ ج ب



مسائل على حل امثلت القائم إذا علم طول احد ضلعي القائمة وقياس زاوية حادة

❦ (١٦) حل المثلث PM بـ J القائم الزاوية في B إذا علم أن M بـ $B = ١٢$ سم، $\angle J = ٣٧^\circ$

[൧൯൧൭.൮.൧൯൧൦.൭൭. °൦൮'൩൭]

(١٧) حل المثلث القائم $\triangle ABC$ إذا علمت أن $\angle C = 90^\circ$ ، $\angle A = 30^\circ$ ، $AB = 10$ سم

[147,9. 1-7,17. °FV]

(In) حل المثلث القائم P ب J الذي فيه \angle قائمة $(P \geq 90^\circ)$ $\angle 36^\circ$ ب $J = 120^\circ$ سم

[17. 1. 0, 1. 0, 1. 0]

❦ (١٩) سلم يرتكز على حائط صلباً مع الأرض زاوية قياسها ٣٠° ويبعد موقعه عن الحائط

بقدر ١٥ متر فلأى ارتفاع يصل طرفه الآخر ما هو طول السلم [١٩، ١٨، ١١، ٩ سم]

٢٠) $P \perp \Delta$ متساوية الساقين فيه $P = P$ ، ج. ، (سم) $P \perp$ ، $P \perp$ ج.

۱) إذا كان $Q \geq P$ ، $\varepsilon = 0$ حسب طول P ج [١١٠٦ سم]

٢ إذا كان $\angle P = 96^\circ$ ، $\angle J = 58^\circ$ احسب طول PJ [٨، ١٠]

٢١) $p \vee q \rightarrow r \equiv (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)$ $\circ 33^\circ$ تقاطع قطراه في ص قلاه

[١٥١] طوبى \bar{p} = ١٠ اسم اوجد بدون قواسم طوبى \bar{p}

(٢٢) $\mu \in \Delta$ فيه $q \in (j, \infty)$ ، $v_0 = (p, \infty)$ ، طول الارتفاع $p = s$ ، $r_0 = s$

[٢٨, ٣١] جاءه

مثال (٢٣) Δ قائم الزاوية في P ، P عمودي على قاعدته BC فإذا كان $\angle C = 30^\circ$ سم

[٨٩] ٢٠. فاوجز طول جـ ٩. $(\leq p)$ = ١٠

مسائل على حل المثلث القائم اذا علم منه طولاً ضلعين



كـ (٢٤) \triangle قائم الزاوية في ج ، \angle ج = 10° ، \angle ب = 20° احسب \angle ق (\angle ب) ، طول ب ج =

[22.91° ، 66.25° سم]

كـ (٢٥) \triangle قائم الزاوية في ب ، فيه \angle ج = 20° سم ب ج = 120° سم

[101.98° ، 49.27° ، 40.33° سم]

اوجد قياس الزاويتين \angle ج ، \angle ب ، وطول \angle ب

كـ (٢٦) حل المثلث \triangle ب ج القائم الزاوية في ج والذي فيه \angle ب ج = 104° سم ، \angle ج = 231° سم

[277.6° ، 56° ، 18.23° ، 42°]

كـ (٢٧) حل المثلث \triangle ب ج القائم الزاوية في ب والذي فيه \angle ب = 30° سم ، \angle ب ج = 40° سم

[57° ، 37° ، 52° ، 52° سم]

كـ (٢٨) حل المثلث \triangle ب ج القائم الزاوية في ب والذي فيه \angle ب = 20° سم ، \angle ب ج = 160° سم

[206° ، 51° ، 20° ، 38° ، 40° سم]

كـ (٢٩) سلم طوله ٢٠ متراً مستند على حائط ناسي وطرفه السفلي على بعد ٥ متر منها

[70° ، 31°]

فما هو قياس الزاوية التي يصنعها السلم مع الأرض

كـ (٣٠) \triangle قائم متساوي الساقين فيه \angle ج = 12° سم ارتفاعه \angle ب = 10° سم

[56° ، 61° ، 2° ، 59° ، 59°]

اوجد قياسات زوايا هذا المثلث

كـ (٣١) معية طولاً قطريه ١٤ سم ، ٢٠ سم اوجد قياسات زوايا هذا المربع وطول ضلعه

[12.2° ، 110° ، 70° ، 110° ، 70° سم]

كـ (٣٢) \triangle قائم متساوي الساقين فيه \angle ب = \angle ج = 51° سم ، \angle ب ج = 34° سم احسب

قياس كل من الزاويتين \angle ب ج ، \angle ب ، \angle ج ، طول ارتفاع المثلث المرسوم من \angle ب على \angle ج

[96.47° ، 38° ، 56° ، 70° ، 32° سم]

كـ (٣٣) دائرة مركزها م طول نصف قمرها = ٦ سم ، م نقطة خارجها سم م ب لمسها عند ب فإذا

[53° ، 8°]

كان طول م ب = 10° سم فاوجد قياس \angle م ب م

٣٤] سم وتر طوله ١٠ سم في دائرة طول نصف قطرها = ١٣ سم

[١٤ / ٤٥°]

أوجد قياس الزاوية التي يقابلها الوتر عند المركز

٣٥] م ب قطر في دائرة طوله ٥٠ سم سم الوتر م ج الذي طوله ١٨,٧ سم

[٢ / ٦٨°, ٣٧°, ٤٦°]

أوجد ق (ب م ج) طول ب ج

٣٦] م ب ج Δ قائم الزاوية في ب، $\angle \text{ب ج م} = ٤٠^\circ$ ، $\angle \text{ب ج م} = ٣٠^\circ$ ، $\angle \text{ب ج م} = ٥٠^\circ$

[٨ / ٥٣°, ٢٩ / ١١°]

، م = ٧ سم فأوجد ق (ب م ج)

٣٧] م ب ج مثلث فيه م ب = ٢٠ سم، ق (ب م ج) = ٤٢° سم م ب عمودا على ب ج

[٣٦ / ٢٦, ١٢, ٣٨°]

احسب طول م إذا كان ج = ١٨,١٤ سم أوجد ق (ب م ج)

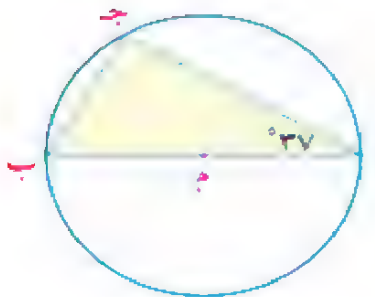
٣٨] حل المثلث م ب ج القائم الزاوية في ب في الحالات الآتية :

١ م ب = ٨ سم، ب ج = ١٢ سم ٢ ب ج = ٥ سم، م ج = ١٣ سم

٣٩] حل المثلث م ب ج القائم الزاوية في ب في الحالات الآتية :

١ م ب = ٨ سم، ق (ب م ج) = ٣٤° ٢ م ج = ٢٦ سم، ق (ب م ج) = ١٢° ٣ م ج = ٥٣ سم

٤٠] الربط بالهندسة :



بيّن الشكل المقابل دائرة مركزها م، م ب قطر فيها

، فإذا كان : م ج = ١٢ سم، ق (ب م ج) = ٣٧°

فأوجد طول نصف قطر الدائرة .



ك [٢١] سم ص ع مثلث فيه سم ص = ١١,٥ سم ، ص ع = ٢٧,٦ سم ، سم ع = ٢٩,٩ سم
، أثبت أن المثلث قائم الزاوية في ص ، ثم أوجد قياس زاوية سم

ك [٢٢] دائرة طول نصف قطرها ٦ سم ، رسم فيها وتر يقابل زاوية مركزية قياسها 108°
احسب طول هذا الوتر مقربا الناتج لأقرب رقمين عشريين .

ك [٢٣] م ب ج مثلث رسم م ← ب ج ⊥ ، فإذا كان م = ٦ سم ، ق (ب ج) = 52°
، ق (ج) = 28° فأوجد طول ب ج لأقرب سنتيمتر .

ك [٢٤] دائرة طول قطرها م ب يساوي ٢٠ سم ، رسم م ج وتر فيها طوله ١٢ سم
، أوجد قياسات زوايا المثلث م ب ج .

ك [٢٥] قطعة أرض على شكل معين م ب ج د طول ضلعه ١٢ مترا ، ق (م ب ج) = 100°
أوجد طول كل من قطريه م ج ، ب د لأقرب متر .

ك [٢٦] م ب ج د شبه منحرف متساوي الساقين فيه م ← ب ج // د ← ب ج ، م ب = ج د = ٥ سم
، م د = ٤ سم ، ب ج = ١٠ سم . أوجد قياس كل من زواياه الأربعة .

تارين (١٣) على زوايا الارتفاع وزوايا الانخفاض

(١) طائرة ورقية خيطها ٤٢ مترًا فإذا كانت الزاوية التي يصنعها الخيط مع الأرض الأفقية تساوي 63° اوجد لأقرب متر ارتفاع الطائرة عن سطح الأرض

(٢) من نقطة على سطح الأرض على بعد ٢٠ متر من قاعدة برج وجد أن قياس زاوية ارتفاع قمة البرج 67° اوجد ارتفاع البرج لأقرب متر
[٤٧,٦ متر]

(٣) رصد شخص قمة تل من نقطة تقع في المستوى الأفقي المار بقاعدته وتبعد عنها ٥٠٠ متر فوجد أن قياس زاوية ارتفاعه 42° اوجد لأقرب متر ارتفاع التل
[١٦٩,٢ متر]

(٤) من نقطة على سطح الأرض تبعد عن طائرة بمقدار ٢٠٠٠ متر وجد أن قياس زاوية ارتفاع الطائرة 8° . اوجد ارتفاع الطائرة عن سطح الأرض في هذه اللحظة لأقرب متر [١٩٧٠ متر]

(٥) شاهد راصد أن قياس زاوية ارتفاع منطاد هي 30° وطأ سار الراصد في مستوى أفقي نحو المنطاد مسافة ١٠٠٠ متر شاهد أن قياس زاوية الارتفاع هي 40° اوجد ارتفاع المنطاد لأقرب متر

(٦) يقف شخص على بعد ٥٠ متر من قاعدة برج رصد زاوية ارتفاع قمة برج فوجد أن قياسها 20° اوجد ارتفاع البرج لأقرب متر

(٧) رصد شخص طائرة على ارتفاع ١٠٠٠ متر فوجد أن قياس زاوية ارتفاعها 17° / 20° اوجد المسافة الراصد عن الطائرة

(٨) رصد شخص واقف على سطح الأرض طائرة على ارتفاع ٨٠٠ متر عن سطح الأرض فوجد أن قياس زاوية ارتفاعها 17° / 20° اوجد المسافة بين الشخص والطائرة

(٩) وجد راصد أن قياس زاوية ارتفاع قمة منبئة على سطح الأرض تبعد ٤٢ مترًا عن قاعدتها تساوي 52° فما ارتفاع المنبئة لأقرب متر



(١٠) سلم يستند بأحد طرفيه على حائط رأسى ويرتفع عنه سطح الأرض ٣,٨ متر والطرف السفلي للسلم على الأرض وقياس زاوية ميل السلم على الأرض 64° أوجد لأقرب رقمين عشريين كلا من بعد الطرف السفلي عن الحائط ، طول السلم

(١١) من سطح منزل ارتفاعه ٨ أمتار رصد شخص زاوية ارتفاع أعلى عمارة أمامه فوجد أن قياسها 63° ورصد زاوية انخفاض قاعدتها فوجد أن قياسها 28° أوجد ارتفاع العمارة لأقرب متر

(١٢) إذا كان قياس زاوية ارتفاع منبئة من نقطة على بعد ١٤٠ مترا من قاعدتها يساوي 46° فما هو ارتفاع المنبئة لأقرب متر وإذا قيست زاوية ارتفاع المنبئة نفسها من نقطة تبعد ١١٠ أمتار من قاعدتها فوجد لأقرب دقيقة قياس زاوية ارتفاعها عندئذ

(١٣) شاهد راصد أن قياس زاوية ارتفاع منطاد مثبت هي $\frac{\pi}{6}$ وطا سار الراصد في مستوى أفقي نحو المنطاد مسافة ٨٠٠ متر شاهد أن قياس زاوية الارتفاع هي $\frac{\pi}{4}$ أوجد ارتفاع المنطاد لأقرب متر

(١٤) تقترب سفينة من منارة ارتفاعها ٥٠ مترا رصدت قمة المنارة في لحظة ما فوجدت أن قياس زاوية ارتفاعها 0.11° وبعد ١٥ دقيقة رصدت قمة المنارة ثانية فوجدت أن قياس زاوية ارتفاعها 0.22° احسب سرعة السفينة علما بأنها تسير بسرعة منتظمة

(١٥) من قمة صخرة ارتفاعها ١١٠ متر رصدت سفينتان في البحر على شعاع واحد من قاعدة الصخرة فوجد أن قياس زاويتي انخفاضهما 48° ، 16° أوجد البعد بين السفينتين لأقرب متر [٤٠٨ متر]

(١٦) من قمة برج ارتفاعه ٧٠ مترا رصد شخص هدفين يقعان على مستقيم واحد يمر بقاعدة البرج وفي جهتيه مختلفتيه منه فوجد أن قياس زاويتي انخفاضهما 24° ، 40° على الترتيب أوجد البعد بين الهدفين . [٢٢٤,٧٩ متر]

(١٧) من قمة فئار ارتفاعه ٥٠ مترا عن سطح البحر وجد أن قياس زاوية انخفاض قارب 16° أوجد بعد القارب عن قاعدة الفئار لأقرب متر [٥٣,١ متر]



(١٨) رصد شخص من قمة جبل ارتفاعه ٢,٥٦ كم نقطة على سطح الأرض فوجد أن زاوية انخفاضها هو 63° أوجد المسافة لأقرب متر بين النقطة والراصد

(١٩) من قمة صخرة ارتفاعها ١٨٠ متر من سطح البحر قياست زاوية انخفاض قارب يبعد ٣٠٠ متر عن قاعدة الصخرة فما مقدار قياس زاوية الانخفاض بالراديان

(٢٠) جبل ارتفاعه ١٨٢٠ مترا ووجد راصد من قمته أن قياس زاوية انخفاض نقطة على الأرض 68° فما هي المسافة بين النقطة والراصد لأقرب متر

(٢١) من قمة صخرة ارتفاعها ٢٠٠ متر قياست زاوية انخفاض قارب يبعد ٣٥٠ مترا عن قاعدة الصخرة فما قياس زاوية الانخفاض .
[٢٤٤ - ٢٢٩]

(٢٢) من قمة فئار ارتفاعه ١٠٠ مترا . رصدت زاوية انخفاض قارب فوجد أن قياسها 50° 10° . أوجد بعد القارب عن قاعدة الفئار ثم أوجد قياس زاوية انخفاض القارب عندها يصبح على بعد ٥٠ متر من قاعدة الفئار
[٢٦ - ٩٢]

(٢٣) من قمة برج ارتفاعه ١٨٠ متر رصدت زاوية انخفاض سيارة على الطريق الأفقي المار بقاعدة البرج فوجدت 30° 67° أوجد بع السيارة عن قاعدة البرج
[٧٤,٦]

(٢٤) من قمة فئار ارتفاعه ٥٠ متر عن سطح الأرض وجد أن قياس زاوية انخفاض سفينة في البحر 39° 22° فما بعد السفينة عن قاعدة الفئار لأقرب متر [١٢٠ متر]

(٢٥) من قمة برج ارتفاعه ١٠٠ متر وجد رجل أن قياس زاوية انخفاض نقطة على المستوى الأفقي المار بقاعدة البرج 62° 30° أوجد بعد هذه النقطة عن قاعدة البرج لأقرب متر [١٤٢]

(٢٦) من قمة فئار ارتفاعها ٢٠ متر رصدت زاوية انخفاض قارب فوجد أن قياسها 40° 29° أوجد بعد القارب عن قاعدة الفئار [٢٥ متر]



(٢٧) من قمة سطح منزل وجد شخص أن قياس زاوية انخفاض سيارة تقف على الطريق الأفقي المارة بقاعدة البرج هي 36° فإذا كانت السيارة تقف على بعد ٢٥ متر من قاعدة المنزل أوجد ارتفاع المنزل لأقرب متر [١٨ متر]

(٢٨) من قمة برج ارتفاعه ٦٠ متر رصدت سفينتين في البحر على شعاع واحد من قاعدة الصخرة وقياس زاويتي انخفاضهما فوجدتهما 47° ، 35° على الترتيب أوجد البعد بين السفينتين . [١٢ متر]

(٢٩) من قمة صخرة ارتفاعها ١٢٠ متر رصد رجل زاوية انخفاض سفينة في البحر فوجدتها 23° . أوجد بعد السفينة عن قاعدة الصخرة لأقرب متر [٢٨٣ متر]

(٣٠) من قمة منارة ارتفاعها ٤٠ متر رصد شخص سفينتين على مستقيم واحد من قاعدة المنارة وفي جهه واحدة منها فوجد أن قياس زاويتي انخفاضهما 18° ، 33° على الترتيب أوجد البعد بين السفينتين . [١٥٢,٨٢ متر]

(٣١) من نقطة على سطح الأرض على بعد ٢٠ مترا من قاعدة أحد الأعمدة الإنارة المطلعة حديث في أحد الشوارع قيست زاوية ارتفاع قمة العمود فوجد أن قياسها 42° . أوجد طول ارتفاع العمود . [٦٦ متر]

(٣٢) من نقطة في فناء مدرسة رصدت إحدى الطالبات زاوية ارتفاع قمة سارية علم فكان قياسها 48° ، وكانت المسافة بين قاعدة السارية ، نقطة الرصد ٢٠ مترا . فأوجد طول ارتفاع السارية لأقرب متر . [١٢٤ متر]

(٣٣) إذا كان قياس زاوية ارتفاع قمة منبته من نقطة تبعد ١٠٠ متر عن قاعدتها هو 32° فأوجد طول ارتفاع المنبته . [٦٣,٥]

(٣٤) من نقطة على سطح الأرض على بعد ٥٠ مترا من قاعدة برج وجد أن قياس زاوية ارتفاع قمة البرج 70° أوجد ارتفاع البرج لأقرب متر [١٨٧]



(٣٥) وجد طالب وهو في فناء المدرسة على بعد ٧,٥ متر من قاعدة نخلة أن قياس زاوية ارتفاعها ٣٥° أوجد طول ارتفاع النخلة [٧,٤]

(٣٦) من سطح منزل ارتفاعه ١٥ متراً على سطح الأرض بصدت قمة برج فوجدت أن زاوية ارتفاعها ١٦° أوجد طول ارتفاع البرج من سطح الأرض إذا كان المنزل على بعد ٥٠ متراً من قاعدة البرج [٨٢ متر]

(٣٧) من قمة برج ارتفاعه ١٥٠ متراً وجد أن زاوية انخفاض جسم على سطح الأرض قياسها ٢٠° احسب بعد الجسم عن قاعدة البرج [٢١١,٦]

(٣٨) من سطح منزل ارتفاعه ٢٠ متر قياست زاوية انخفاض جسم موجود في الشارع فكان قياسها ٤١° فما بعد الجسم عن قاعدة المنزل [٣٥ متر]

(٣٩) قائم رأسي طوله ٨ متر فإذا كان طول ظله ٥ متر . أوجد زاوية شعاع الشمس عندئذ . [٥٨°]

(٤٠) منبئة ارتفاعها ٤٥ متراً . أوجد زاوية ارتفاعها من نقطة تقع في المستوى الأفقي المار بقاعدتها إذا كانت تبعد عنها ٣٨ متر . [٤٩° - ٥٩°]

(٤١) لعب طفل بطائرة وكان طول الخيط ٥٠ متراً وقياس زاوية ارتفاع الطائرة ٢٠° فأوجد ارتفاع الطائرة عن الأرض علماً بأن طول الطفل ١,٥ متراً . [١٨,٦ متر]

(٤٢) من نقطة تبعد ٦٠ متر عن قاعدة برج وجد أن قياس زاوية ارتفاع البرج ٣٠° ٣٨° فما هو ارتفاع البرج . وإذا تحرك الراصد تجاه البرج مسافة ٢٠ متر فأوجد عندئذ قياس زاوية ارتفاع البرج [٤٧,٧ متر ، ٥٠,٢°]

(٤٣) يستند سلم حريق طوله ١٥ متر على حائط رأسي وأرض أفقية فإذا كان طرف السلم السفلي يبعد عن الحائط مسافة قدرها ١٠ متر . أوجد : ❶ قياس زاوية ميل السلم على الأرض ❷ بعد الطرف العلوي للسلم عن الأرض [٦١° ٤٨° ، ١١,٢ متر]



(٤٤) م ب برج حيث ج ، ، نقطتان في المستوى الأفقي اطار بقاعدة البرج حيث ، \exists ج ب ،
 رصدت قمة البرج من ج ، ، فكان قياس زاويتا ارتفاع قمة البرج م هما 24° ، 48° ، 43°
 على الترتيب أوجد طول ج ، علما بأن ارتفاع البرج = ٦٠ متر [٦٩٧متر]

(٤٥) من نافذة منزل يبعد ١٠٠ متر عن برج وجد أن قياس زاوية ارتفاع قمة البرج 40° وقياس
 زاوية انخفاض قاعدة البرج 10° أوجد لأقرب متر كلا من ارتفاع النافذة
 وارتفاع البرج عن سطح الأرض [٢٧متر ، ١١متر]

(٤٦) أوجد قياس زاوية ارتفاع الشمس عندما يكون ظل سارية علم طولها ٣.٥ متر هو ٢ متر [٦٥ ، ٩٠]

(٤٧) منطتان ارتفاع كل منهما 50° و البعد بينهما ١٠٠ متر ومن نقطة تقع على القطعة
 المستقيمة الواصلة بين قاعدتيهما وتبعد عن أحدهما ٦٠ متر رصدت زاويتي ارتفاعهما أوجد قياس كل
 من الزاويتين [٤٨ ، ٣٩ ، ٣٩ ، ١٩]

(٤٨) سارية علم مثبتة فوق بناية ومن نقطة تبعد ٥٠ متر عن البناية وجد أن قياس زاويتي ارتفاع قمة
 وقاعدة السارية على الترتيب هما 59° ، 57° على الترتيب أوجد طول سارية العلم لأقرب متر [٦متر]

(٤٩) قارب يقترب من صخرة ارتفاعها ٢٠ متر ، رصد قمة الصخرة في لحظة ما فوجد أن قياس
 زاوية ارتفاعها 10° وبعد ٢٠ دقيقة رصد قمة الصخرة مرة أخرى فوجد أن قياس زاوية ارتفاعها
 أصبحت 18° احسب سرعة القارب [٢٥ ، ٢٠/٣]

(٥٠) يجرى رجل مبتعدا عن منزل ارتفاعه ٦٠ متر وفي لحظة معينة رصد الرجل فكان قياس زاوية
 الانخفاض 70° وبعد ١٢ دقيقة رصد الرجل مرة أخرى فكان قياس زاوية الانخفاض 10° أوجد سرعة
 الرجل لأقرب متر [٢٦ ، ٣]

(٥١) م ، ب نقطتان متقابلتان على شاطئ نهر سار رجل بمحاذاة شاطئ النهر من م إلى ج
 حيث م ج = ٧٥ متر فإذا كان ق (\geq ب م ج) = 19° ، ق (\geq م ج ب) = 16°
 أوجد عرض النهر لأقرب متر



(٥٢) عمود من أعمدة البرق ارتفاعه = ٦ م يُلقى ظلًا على الأرض طوله ٤ م أوجد زاوية ارتفاع الشمس عند هذه اللحظة .

(٥٣) عمود من أعمدة الإنارة طوله = ٧ م يُلقى ظلًا على الأرض طوله ٥ م أوجد زاوية ارتفاع الشمس عند هذه اللحظة .

(٥٤) إذا كان ارتفاع منزل = ٢٠ متر وكان طول ظله في وقت ما يساوي ٢٠ متر فما قياس زاوية ارتفاع الشمس في هذا الوقت . [٢٠°]

(٥٥) وقف شخص على صخرة ارتفاعها ٥٠ متر ولاحظ سفينتين في البحر على شعاع واحد من قاعدة الصخرة وقياس زاويتي انخفاضهما فوجدهما ١٠° ٣٢ ، ٣٠° ٤٩ على الترتيب أوجد البعد بين السفينتين . [٣٦,٨ متر]

(٥٦) وقف شخص طوله ١,٥ متر على بعد ١٠ متر من قاعدة سارية علم مثبتة رأسيا على سطح الأرض فوجد أن قياس زاوية ارتفاع أعلى نقطة في سارية العلم هي ٢٢° ٤٠ احسب طول السارية . [١٠ متر]

(٥٧) يقف شخص على بعد ٨٥ متر من قاعدة برج على قمته سارية علم فلاحظ أن قياس زاويتي ارتفاع قمة السارية وقاعدة السارية ٥٦° ، ٥٤° على الترتيب أوجد طول سارية العلم . [٩ متر]

(٥٨) قارب يقترب من صخرة ارتفاعها ٢٠ متر بصدت قمة الصخرة في لحظة ما فوجد أن قياس زاوية ارتفاعها ١٥° وبعد ٢٠ دقيقة بصدت قمة الصخرة مرة أخرى فوجد أن قياس زاوية ارتفاعها أصبحت ١٨° احسب سرعة القارب [٠,٦٥ م/ث]

(٥٩) وقف رجلان في جهتين مختلفتين من سارية علم مثبتة رأسيا على سطح الأرض بحيث كان الرجلان وقاعدة السارية على مستقيم واحد فإذا رصد كل منهما زاوية ارتفاع قمة السارية وكان قياس زاويتي ارتفاعها هما ١٦° ٥٤ ، ١٢° ٤٧ على الترتيب أوجد البعد بين الرجلين إذا كان طول السارية ١٢ متر [١٩,٧ متر]



(٦٠) \overline{AB} برج . قمته M ، قاعدته B وكان J ، E نقطتان في المستوى الأفقي المار بقاعدة البرج حيث $E \in \overline{JB}$ رصدت قمة البرج من J ، E مكان قياس زاويتا ارتفاع قمة البرج M هما 24° ، 48° ، 43° على الترتيب أوجد طول \overline{JE} علما بأن ارتفاع البرج 60 متر [69.7 متر]

(٦١) من قمة فناء ارتفاعه 100 متر رصدت زاوية انخفاض قارب فوجد أن قياسها 50° 10° أوجد بعد القارب عن قاعدة الفناء ثم أوجد قياس زاوية انخفاض القارب عندما يصبح على بعد 50 متر من قاعدة الفناء [30.7 متر ، 26° ، 63°]

(٦٢) من سطح منزل ارتفاعه 20 مترا ، وجد أن قياس زاوية انخفاض قاعدة المنزل الذي أمامه مباشرة 26° 38° . فما عرض الشارع ؟

(٦٣) رجل يسير على مستوى مائل يميل على الأفقي بزاوية قياسها 19° 10° . أوجد المسافة التي يسيرها على المستوى ليرتفع 12 مترا عن سطح الأرض .

(٦٤) من قمة جبل ارتفاعه 970 مترا عن سطح الأرض وجد أن قياس زاويتي انخفاض قمة تل وقاعدته هما 14° 37° ، 25° 63° على الترتيب . فما ارتفاع التل ؟ علما بأن قاعدة الجبل وقاعدة التل في مستوى أفقي واحد .

(٦٥) M ، B نقطتان متقابلتان على شاطئ نهر سار رجل بمحاذاة شاطئ النهر من M إلى J حيث $M = J = 100$ متر فإذا كان $\angle B \geq \angle M$ ، $90^\circ = \angle B$ ، $16^\circ = \angle B$ ، 40° أوجد عرض النهر لأقرب متر [80 متر]

(٦٦) M ، B نقطتان على أحد شاطئ نهر ، J نقطة على الشاطئ الآخر . فإذا كان $\angle B \geq \angle M$ ، $40^\circ = \angle B$ ، $25^\circ = \angle B$ ، $100 = \angle B$ ، 100 متر فاحسب عرض النهر لأقرب متر .



(٦٥) أبصر رجلان منطادا ثابتاً في الجو فوجد الأول أن قياس زاوية ارتفاع المنطاد 24° $58'$ ووجد الثاني أن قياس زاوية ارتفاع نفس المنطاد في نفس اللحظة $16^\circ 33'$. أوجد ارتفاع المنطاد علماً بأن المسافة بين الرجلين 2000 متراً وأن موقع المنطاد على الأرض ينطبق على القطعة المستقيمة الواصلة بين موقعي الرجلين .

(٦٦) قاس شخص زاوية ارتفاع قمة برج فوجد أن قياسها يساوي $49^\circ 38'$ ثم سار مسافة 50 متراً نحو البرج وقاس زاوية ارتفاع قمة البرج مرة أخرى فوجد أن قياسها يساوي $37^\circ 42'$. أوجد ارتفاع البرج لأقرب متر .

(٦٧) من نقطة أمام مبنى تبعد عنه 50 متراً وجد أن قياس زاويتي ارتفاع قاعدة وقمة سارية علم فوق المبنى 30° ، 40° على الترتيب . أوجد ارتفاع السارية لأقرب متر .

(٦٨) تتحرك طائرة في خط مستقيم بسرعة 600 كم/س . فإذا كان قياس زاوية ارتفاع الطائرة من نقطة على سطح الأرض في لحظة ما 16° ثم أصبحت بعد دقيقة واحد 57° فأوجد ارتفاع الطائرة لأقرب متر .

(٦٩) من نقطة تبعد عن قاعدة منبئة 50 متراً ، وجدنا أن زاوية ارتفاع قمته 30° $27'$. فما ارتفاع المنبئة ؟

(٧٠) وجد رجل أن زاوية ارتفاع قمة جبل هي $10^\circ 30'$ ، ولم سار نحو الجبل مسافة 800 م ووجد أن زاوية الارتفاع 50° ، فما ارتفاع قمة الجبل ؟

(٧١) باخرتان غادرتا الميناء في الوقت نفسه ، الأولى أبحرت بسرعة 40 كم / ساعة في اتجاه 42° شمال شرقي ، والثانية أبحرت بسرعة 50 كم / ساعة في اتجاه 48° الجنوب الشرقي ، كم تبعدان عن بعضهما بعد 3 ساعات من مغادرة الميناء ؟



تارين (١٤) على القطاع الدائري

١١ اكمل مايتي

- ١ محيط القطاع الدائري =
- ٢ القطاع الدائري هو
- ٣ مساحة القطاع الدائري الذي طول نصف قطره دائرته نق ، قياس زاويته المركزية هـ' تساوي
- ٤ قطاع دائري طول قطره دائرته يساوي طول قوسه يساوي ١٢ سم فان محيطه يساوي سم
- ٤ مساحة القطاع الدائري الذي فيه ل = ٦ سم نق = ٤ سم يساوي
- ٥ مساحة القطاع الدائري الذي طول نصف قطره دائرته يساوي ٤ سم ، ومحيطه ٢٠ سم تساوي
- ٦ مساحة الدائري الذي طول قوسه ٥ سم ، وطول نصف قطره دائرته ١٥ سم تساوي سم
- ٧ إذا كان محيط قطاع دائري ١٠ سم ، وطول قوسه ٥ سم فان نق = سم
- ٨ قطاع دائري مساحته ٣٠ سم^٢ ، طول قوسه ١٠ سم فيكون طول نصف قطره دائرته يساوي سم
- ٩ قطاع دائري مساحته ٤٠٠ سم^٢ ، وطول نصف قطره دائرته ٢٠ سم فان طول قوسه يساوي سم
- ١٠ محيط القطاع الدائري الذي مساحته ٢٤ سم^٢ ، طول قوسه ٨ سم يساوي
- ١١ مساحة القطاع الدائري الذي طول نصف قطره دائرته ٦ سم ، وقياس زاويته المركزية ٢٠° تساوي سم^٢
- ١٢ قطاع دائري طول نصف قطره دائرته ٧ سم ، محيطه ٢٧ سم فيكون طول قوسه سم ، مساحته سم^٢

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة

- ١ مساحة القطاع الدائري الذي قياس زاويته ١,٢° وطول نصف قطره دائرته ٤ سم يساوي
 - ١ ٤,٨ سم^٢
 - ٢ ٩,٦ سم^٢
 - ٣ ١٢,٨ سم^٢
 - ٤ ١٩,٦ سم^٢
- ٢ محيط القطاع الدائري الذي طول قوسه ٤ سم وطول قطره دائرته ١٠ سم يساوي
 - ١ ١٤ سم
 - ٢ ٢٠ سم
 - ٣ ١٨ سم
 - ٤ ٩ سم
- ٣ مساحة القطاع الدائري الذي قياس زاويته ١٢٠° وطول نصف قطره دائرته ٣ سم تساوي
 - ١ ٣ π سم^٢
 - ٢ ٦ π سم^٢
 - ٣ ٩ π سم^٢
 - ٤ ١٢ π سم^٢
- ٤ مساحة القطاع الدائري الذي محيطه ١٢ سم وطول قوسه ٦ سم تساوي

١) ٦ سم^٢٢) ٩ سم^٢٣) ١٢ سم^٢٤) ١٨ سم^٢٥) إذا كانت مساحة قطاع دائري تساوي ١١٠ سم^٢ وقياس زاويته ٢٠°، فإن طول نصف قطر دائرته يساوي

١) ٢ سم

٢) ٥ سم

٣) ١٠ سم

٤) ٢٠ سم

٦) مساحة القطاع الدائري =

١) $\frac{1}{2} \text{ ن ق}$ ٢) $\frac{1}{2} \theta$ ، ن ق ٣) $\frac{\theta}{\pi r} \times \text{مساحة الدائرة}$ ٤) $\frac{\theta}{180} \times \text{مساحة الدائرة}$

٧) مساحة القطاع الدائري الذي طول قوسه ١٠ سم ، وطول نصف قطر دائرته ٥ سم تساوي سم

١) ٥٠

٢) ٢٥

٣) ١٢,٥

٤) ١٠٠

٨) إذا كان محيط قطاع دائري ٨ سم ، طول قوسه ٢ سم فإن : ن ق =

١) ٦ سم

٢) ٢ سم

٣) ٣ سم

٤) ٤ سم

٩) قطاع دائري مساحته ١٥ سم^٢ وطول قوسه ٣ سم فإن : ن ق =

١) ٥ سم

٢) ١٠ سم

٣) ٢,٥ سم

٤) ١٥ سم

١٠) القطاع دائري محيطه ٤٤ سم ، وطول نصف قطر دائرته ٤ سم فإن طول قوسه يساوي

١) ١٦ سم

٢) ٨ سم

٣) ٣٢ سم

٤) ٤ سم

١١) قياس زاوية قطاع دائري طول نصف قطر دائرته ن ق سم ، ومساحته $\frac{\pi}{6}$ ن ق سم^٢ يساوي

١) ٣٠°

٢) ٦٠°

٣) ٩٠°

٤) ٤٥°

١٢) قطاع دائري طول قوسه ٤ ل سم ، وطول نصف قطر دائرته = ن ق سم فإن محيطه = سم

١) $ل + ٢ ن ق$ ٢) $ل + ٢ ن ق$ ٣) $٢ (ل + ن ق)$ ٤) $٢ (ل + ن ق)$ [٣] قطاع دائري مساحته ٤٠ سم^٢ ، وطول قوسه ٨ سم أوجد محيطه .

[٤] قطاع دائري محيطه ٢٨ سم ، وطول نصف قطر دائرته ٧ سم

، أوجد مساحته وقياس زاويته بكلا التقديرين الدائري والستيني [٤٩ سم^٢ ، ٢٠° ، ٣٥° ، ١١٤°][٥] قطاع دائري مساحته ٢٥ سم^٢ ، وقياس زاويته المركزية ٩٠° .

احسب طول نصف قطر دائرته وطول قوسه . [١٠ سم ، ٥ سم]

[٦] قطاع دائري محيطه ١٢ سم ، ومساحته ٨ سم^٢ احسب طول نصف قطر دائرته



، وقياس زاويته بكلا التقديرين الدائري والستيني [٣٣٢ ، ٣٣٤ ، ١١٠ ، ٢٢٩ ، ١٠ ، ١٨ ، ٥٧]

٥) أوجد مساحة القطاع الدائري الذي طول نصف قطره دائرته = ١٠ سم ،

وقياس زاويته المركزية 60° ($\pi = 3,14$) [٣٣٢ - ١٠٣]

٦) دائرة مركزها م ، وطول قطرها ٢٠ سم ، م ب نصف قطر فيها بحيث

ق ($\angle م ب م = 72^\circ$) أوجد ١) مساحة القطاع الأصغر في هذه الدائرة ٢) طول م ب

١٠) قطاع دائري محيطه = ٥٠ سم ، وطول نصف قطره دائرته = ١٤ سم

١) أوجد مساحة القطاع ٢) القياس الستيني لزاويته [٣٣١ ، ١٠٤]

١١) م ب ج Δ متساوي الأضلاع طول ضلعه ١٠ سم ، رسم القوس مع دائرة مركزها م

ليقطع م ب في س ، م ج في ع ، ويمس القاعدة ب ج في ص

أوجد مساحة الجزء من سطح Δ المحدد بالقوس س ص ع ، القطع ب ج ، ب س ، ج ع [٣٣٤]

١٢) Δ س ص ع متساوي الأضلاع طول ضلعه = ٤٢ سم ، سمت ثلاث قطاعات دائرية مراكزها

رؤوس Δ ونصف قطر كلا منها ٢١ سم ، وزواياها هي زوايا رؤوس Δ أوجد مساحة الجزء من سطح

Δ المحدد بأقواس القطاعات ($\sqrt{3} = 1,732$ ، $\frac{22}{7} = \pi$) [٣٣٧]

١٣) مربع طول ضلعه ٢٨ سم ، سمت أربعة قطاعات دائرية مراكزها رؤوس المربع ونصف قطر

دائرة كل منها = ١٤ سم ، وزواياها هي زوايا رؤوس المربع ،

أوجد مساحة المربع المحدد بأقواس هذه القطاعات [٣٣٦]

١٤) م ب ج Δ قائم الزاوية في ب ، ق ($\angle م = 60^\circ$) ، م ب = ١٠ سم ، رسم قوس مع دائرة

مركزها م وطول نصف قطرها = ١٠ سم مانا بنقطة ب وقاطعا م ج في د ،

أوجد مساحة الجزء من سطح Δ المحدد بالقطع ب ج ، د ج ، والقوس ب د [٣٣٤ ، ٢٥]



(١٥) \overline{PM} ، \overline{MB} نصفا قطريين من دائرة مركزها M ، وطول نصف قطرها 8 سم

، فإذا كان $\angle PMB = 30^\circ$ ، $\overline{MB} \perp \overline{PM}$ ليقطعه في J .

أوجد مساحة الجزء من سطح الدائرة المحدد بالقطع \overline{MB} ، \overline{MJ} و القوس الأصغر \widehat{MB} [١٤٧.٨٤ سم^٢]

(١٦) $\triangle MBJ$ قائم الزاوية في B ، $\angle MBJ = 30^\circ$ ، $\angle BJM = 40^\circ$ ، \overline{MB} قوس من دائرة

مركزها B ليمس \overline{PM} في J ، ويقطع \overline{MB} في K ، \overline{BJ} في C ، احسب مساحة الجزء المحدود

بالقوس \widehat{CK} و القطع \overline{MB} ، \overline{MK} ، \overline{JC} [١٤٧.٨٤ سم^٢]

(١٧) $\triangle MBJ$ $\angle MBJ = 20^\circ$ ، فيه $\angle P = 60^\circ$ ، \overline{MB} قوس من دائرة مركزها

M وطول نصف قطرها 20 سم ، مارا بالنقطتين B ، J أوجد مساحة الجزء من سطح الطعير المحدود

بالقوس \widehat{BJ} و القطع \overline{MB} ، \overline{MJ} [١٣٦.٩٨ سم^٢]

(١٨) $\triangle MBJ$ فيه $\angle MBJ = 9^\circ$ ، $\angle BJM = 12^\circ$ ، \overline{MB} قوس من دائرة مركزها J وطول نصف

قطرها 12 سم ، مارا بالنقطة B وقاطعا \overline{PM} في J ، أوجد مساحة الجزء المحدود من سطح المثلث

بالقطع \overline{MB} ، \overline{PJ} ، القوس \widehat{BJ} علما بأن \overline{MB} يمس القوس \widehat{BJ} [١٧.٦٧ سم^٢]

(١٩) M نقطة خارج دائرة مركزها M ، \overline{MB} مماسا للدائرة في B فإذا كان $\angle P = 28^\circ$ ، \angle

$\angle P = 30^\circ$ ، وكانت الدائرة تقطع \overline{PM} في J ، أوجد مساحة سطح المحدود بالقطع \overline{MB} ،

\overline{MJ} و القوس الأصغر \widehat{MB} [٦٧.١٧ سم^٢]

(٢٠) ثلاث دوائر طول نصف قطر كل منها 5 سم ، تلمس كلا منهما لأخرى مثلثي مثلثي أوجد المساحة

المحصورة بين الثلاث دوائر [٤.٠٥ سم^٢]

(٢١) دائرتان متحتى المركز M ، \overline{MB} وت في الدائرة الكبرى طوله 14 سم ، ليمس الدائرة الصغرى

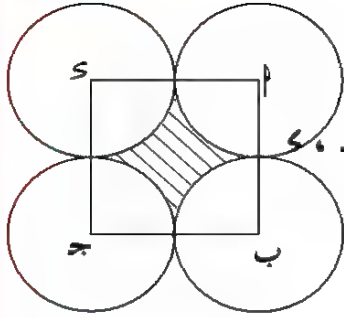
في J ، \overline{MJ} فقطع الدائرة الصغرى في K فإذا كان طول نصف قطر الدائرة الصغرى 7 سم ،

أوجد مساحة المنطقة المحصورة بين القطع \overline{MB} ، \overline{MK} و القوس الأصغر \widehat{BK} [٥.٢٥ سم^٢]



✍ [٢٣] م ب ج د مربع سمت ϵ قطاعان متطابقان مرآتهما رؤوس المربع بحيث يمس كل منهما قطاع آخره . فإذا كان طول ضلع المربع = ل ثابت أن :

$$\text{مساحة الجزء المحصور بين القطاعان} = \frac{1}{\epsilon} \text{ل}^2 (\pi - \epsilon)$$



✍ [٢٤] م ب ج د مربع طول ضلعه = ١ سم سمت دوائر مرآتهما م ب ج د ، طول نصف قطر كل منها ١ سم . فإذا كان دائرة تمس الدائرتين الأخرتين من الخارج فأوجد المساحة الجزء المحصور بين هذه الدوائر لرقم عشري واحد .

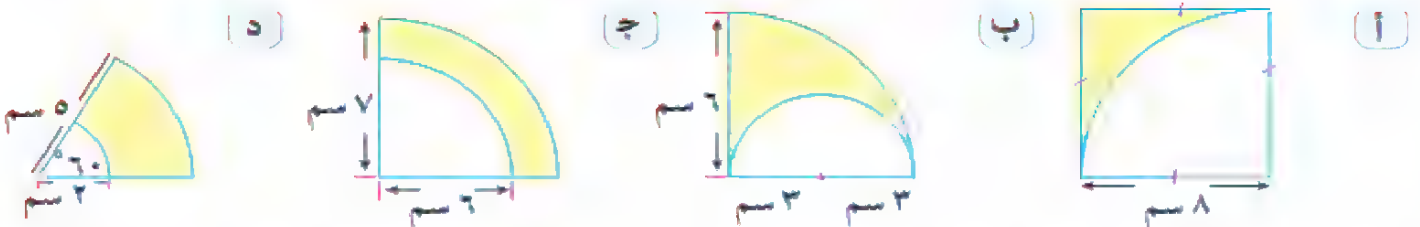
✍ [٢٥] ثلاثة دوائر متطابقة مرآتهما م ب ج د ، طول نصف قطر كل منها ١ سم . فإذا كان دائرة تمس الدائرتين الأخرتين من الخارج فأوجد المساحة الجزء المحصور بين هذه الدوائر لرقم عشري واحد .

✍ [٢٦] الربط بالجغرافيا

إذا علمت أن خط الاستواء هو دائرة طول نصف قطرها ٦٣٨٠ كم فأوجد المسافة بين مدينتي على خط الاستواء إذا كان القوس الواصل بينهما يقابل زاوية قياسها 30° عند مركز الأرض

✍ مثال [٢٧]

أوجد بدلالة π مساحة الجزء المظلل في كل شكل من الأشكال الآتية



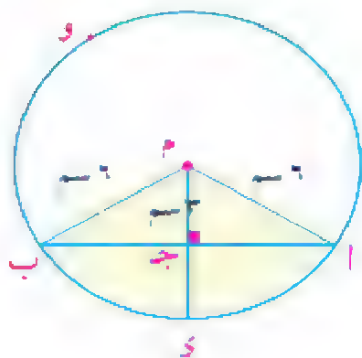
✍ [٢٨] م ب ج د شبه منحرف فيه ق (ب) = ق (ج) = 90° ، م ب = ١٠ سم ، ب ج = ٦ سم ، ج د = ٢ سم قوسا مركزه م وبفتحة تساوي طول م د . أثبت أن ب تقع على الدائرة ثم أوجد مساحة سطح المنطقة المحصورة بين ب ج د ، ج د و القوس ب د

[٤ سم]



تارين (١٥) على القطاع الدائري

١١ في الشكل المرسوم أكمل ما يأتي



م دائرة طول نصف قطرها ٦ سم ج عمودي على م ب ، م ج = ٣ سم

١ ارتفاع القطعة الدائرية الصغرى م ب = سم

٢ ارتفاع القطعة الدائرية الكبرى م و ب = سم

٣ قياس زاوية القطعة الدائرية الصغرى م ب = سم

٤ قياس زاوية القطعة الدائرية الكبرى م و ب = سم

٥ مساحة سطح مثلث م ب م = سم^٢

٦ مساحة القطاع الدائري م ب ب بدلالة π = سم^٢

٧ مساحة القطع الصغرى بدلالة π = سم^٢

٢٢ أكمل ما يأتي

١ مساحة القطعة الدائرية التي نصف قطر دائرتها ٢٠ سم ، وقياس زاويتها المركزية = ٣٠° تساوى

٢ مساحة القطعة الدائرية التي طول قطرها ١٠ سم ، وقياس زاويتها المركزية = ٤٤° تساوى

٣ مساحة القطعة الدائرية الكبرى التي طول نصف قطرها ٥ سم ، طول وترها ٥ سم تساوى

٤ مساحة القطعة الدائرية التي نصف قطرها ٤ سم ، وقياس زاويتها المركزية = ١٠٠° تساوى

٥ مساحة القطعة الدائرية التي طول نصف قطرها ١٠ سم ، طول وترها ١٠ سم تساوى

٦ مساحة القطعة الدائرية التي طول نصف قطرها ١٠ سم ، طول وترها ١٦ سم تساوى

٧ مساحة القطعة الدائرية التي طول نصف قطرها ٩ سم ، طول قوسها ٣٣ سم تساوى

٨ مساحة القطعة الدائرية التي طول نصف قطرها ٦ سم ، طول ارتفاعها ٣ سم تساوى

٩ مساحة القطعة الدائرية التي طول قطرها ١٣ سم ، طول ارتفاعها ٤ سم تساوى

١٠ مساحة القطعة الدائرية التي طول نصف قطرها ٦ سم ، طول وترها ٧,٢ سم تساوى

١١ مساحة القطعة الدائرية التي طول قطرها ٨ سم ، وقياس زاويتها المركزية = $\frac{\pi}{7}$ تساوى

١٢ مساحة القطعة الدائرية التي طول ارتفاعها ٢ سم ، طول وترها ١٢ سم تساوى



٣] اوجد مساحة القطعة الدائرية التي

١ طول نصف دائرتها ١٢ سم وقياس زاويتها يساوي ١٤٠°

٢ اوجد مساحة القطعة الدائرية التي طول نصف دائرتها ٨ سم وقياس زاويتها يساوي ١٣٥°

٣ اوجد مساحة القطعة الدائرية التي طول نصف دائرتها ١٤ سم وطول قوسها ٢٢ سم

٤] في الشكل المرسوم

م ب ج مثلث متساوي الأضلاع مرسوم داخل الدائرة م التي طول نصف قطرها ٨ سم
اوجد مساحة كل جزء من القطع الدائرية المظلمة



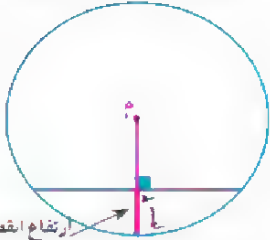
٥] اوجد مساحة القطعة الدائرية الكبرى التي طول وترها يساوي طول نصف قطر دائرتها يساوي ١٢ سم

٦] اوجد مساحة القطعة الدائرية التي ١ طول وترها ٦ سم وطول نصف قطر دائرتها ٥ سم

٢ ارتفاعها ٥ سم وطول نصف قطر دائرتها ١٠ سم

٧] وتر في دائرة طوله ٨ سم على بعد ٣ سم من مركزها اوجد مساحة القطعة الدائرية الصغرى الحادثة من

تقاطع هذا الوتر مع سطح الدائرة



٨] اوجد مساحة القطعة الدائرية الكبرى التي طول وترها ١٢ سنتيمترا

وارتفاعها ٢ سنتيمتر مقربا الناتج لأقرب سنتيمتر مربع

٩] اوجد مساحة القطعة الدائرية التي طول نصف قطر دائرتها ١٠ سم قياس زاويتها ٢٠° مقربا الناتج لأقرب

رقم عشري

١٠] أوجد مساحة القطعة الدائرية التي طول نصف قطر دائرتها ١٠ سم ، قياس زاويتها ٢٠° مقربا الناتج

لأقرب رقم عشري .

١١] ج نقطة تنتمي للدائرة م ، وطول نصف قطر دائرتها = ١٠ سم ، م ب وتر فيها حيث

ق (م ج ب) = ٧٥° اوجد مساحة القطعة الصغرى التي وترها م ب [١٠٥٠.٩٥ سم²]

١٢] قطاع دائري مساحته = ٢٣١ سم² ، وطول نصف قطر دائرته ٢١ سم ، قياس زاويته المركزية هـ .

احسب مساحة القطعة الدائرية التي قياس زاويتها المركزية (٢٢ - هـ) في نفس الدائرة [١٣٤٥٠.٩٥ سم²]

١٣] قطاع دائري مساحته ٣٧٦.٨ سم² ، وطول قوسه ٣٧.٦٨ سم ،

اوجد ١ طول نصف قطر دائرته

٢ مساحة القطعة الدائرية التي قياس زاويتها يساوي نصف قياس زاوية القطاع المذكور في نفس الدائرة [٣٠ سم² ، ٣٦.٧ سم²]



١٤] Δ متساوي الساقين فيه $م = ب = ١٢$ سم رسمت دائرة مركزها $م$ وطول نصف قطر

دائرتها $م$ فإذا كانت مساحة القطاع $م ب$ = $\frac{264}{3}$ سم^٢

أوجد ١ القياس الستيني للزاوية $م ب$ ٢ مساحة القطعة الصغيرة التي وترها $م ب$ [٧٠ ، ٣٤ ، ٢٠ سم]

١٥] دائرة مركزها $م$ ، وطول نصف قطرها = ١٢ سم ، $م ب$ ، $م ج$ وتران متوازيان فيها وفي جهة واحدة

منه مركزها فإذا كان $ق (م ب) = ١٢٠^\circ$ ، $ق (م ج) = ٥٤^\circ$ أوجد مساحة الجزء من سطح الدائرة المحصور بينها وبين الوترين $م ب$ ، $م ج$ [٧٨ ، ٨٦ سم]

١٦] $م ب$ ، $م ج$ وتران في دائرة طول نصف قطرها ٨ سم ، $م ب = ٨$ سم ، $م ج = ٨$ سم أثبت أن :

مساحة الجزء من سطح الدائرة المحصور بينها وبين الوترين $م ب$ ، $م ج$ تساوي $\frac{\pi 32}{3}$ سم^٢ علما بأن الوترين في جهة واحدة من المركز .

١٧] Δ متساوي الأضلاع داخل دائرة نصف قطرها ٦ سم . أوجد لأقرب رقم عشري واحد مساحة كل من القطع الدائرية الصغيرة الحادثة من ذلك

١٨] رسم سداسي منتظم داخل دائرة طول نصف قطرها ٢٠ سم . أوجد مساحة كل من القطع الدائرية الصغيرة الحادثة من ذلك .

١٩] وتر في دائرة طوله ٨ سم على بعد ٣ سم من مركز الدائرة . أوجد مساحة القطعة الدائرية الصغيرة الحادثة على الوتر .

٢٠] قطعة دائرية ارتفاعها ٣ سم ، وطول نصف قطر دائرتها ٥ سم . فما مساحتها لأقرب سم^٢ ؟

أوجد مساحة القطعة الدائرية الكبرى من دائرة طول نصف قطرها ٥ سم فإذا كان طول وتر القطعة ٦ سم ؟

٢١] Δ متساوي الأضلاع فيه طول ضلعه ٣٠ سم ، رسمت دائرة تمر بؤوسه ، أثبت أن : طول نصف

قطر الدائرة = $١٠\sqrt{3}$ سم ثم احسب مساحة القطعة الدائرية الصغيرة [١٨٤ ، ٣٨ سم]



(٢٢) \triangle ب ج م النسبة بين قياسات زواياه الداخلة ٣ : ٤ : ٥ أوجد مساحات القطع الثلاثة المحصورة بين أضلاع هذا المثلث و الدائرة المطارة برؤوسه التي طول نصف قطرها = ١٠ سم [سم ٢٨,٥٧ ، سم ٦١,٤٦ ، سم ١٠٠,٩٥]

(٢٣) دائرة قطرها م ب طولها ١٥ سم ، ج \exists للدائرة بحيث ق (\triangle ب ج م) = 30° ، احسب مساحة القطعة الصغيرة التي وترها م ج [سم ٢٧,٦]

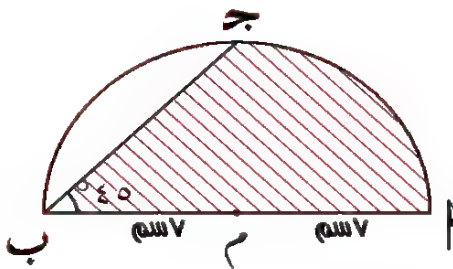
(٢٤) \triangle ب ج م متساوي الساقين م ب = م ج ، ق (\triangle ب ج م) = 40° ، ورسمت دائرة تمر برؤوس \triangle م ب ج وطول نصف قطر دائرتها ٦ سم احسب مساحة القطعة الدائرية م ب الصغيرة [سم ٣٢,٤]

(٢٥) م ب م ج وتران في دائرة طول كل منهما $\sqrt{3}$ سم ، ق (\triangle ب ج م) = 60° ، أوجد مساحة الأجزاء الثلاثة التي يقسم بها هذين الوترين سطح الدائرة [سم ٢٢,١ ، سم ٦٨,٩ ، سم ٢٢,١]

(٢٦) م ب قطر في دائرة ، ج \exists الدائرة بحيث كان م ج = ٨ سم ، م ب = ١٠ سم ، أوجد مساحة القطعة الصغيرة التي وترها م ج [سم ١١,٢]

(٢٧) \triangle ب ج م متساوي الساقين فيه م ب = م ج = ١٠ سم ، م ج = ١٢ سم ، منتصف م ج ، رسمت دائرة مركزها م وطول نصف قطرها = م ، فإذا قطعت الدائرة م ب في ه ، م ج في و احسب مساحة القطعة الدائرية ه و [سم ١٠,٤٨]

(٢٨) في الشكل المقابل :



ق (\triangle ب ج م) = 40° ، م ب قطر في الدائرة طولها ١٤ سم ،

أوجد مساحة الجزء المظلل . ($\frac{22}{7} = \pi$) [سم ٦٣]

(٢٩) دائرتان طول نصف قطريهما ١٢ سم ، ١٦ سم و البعد بين مركزيهما ٢٠ سم أوجد مساحة المنطقة المظلمة المشتركة بين الدائريين [سم ١٠٦,١٢]

(٣٠) دائرتان طول نصف قطريهما ٦ سم ، ٨ سم و البعد بين مركزيهما ١٠ سم أوجد مساحة المنطقة المظلمة المشتركة بين الدائريين [سم ٢٦,٦]



[٣١] م ب وتر في دائرة يقابل زاوية مركزية قياسها ١٢٠° أثبت أن : النسبة بين مساحتي الجزأين اللذين ينفصلان إليهما سطح الدائرة بالوتر م ب تساوي $3\sqrt{3} - \pi : 3\sqrt{3} + \pi$

[٣٢] أثبت أن : أي وتر في دائرة يقسمها إلى قطعتين دائريتين النسبة بين مساحتيهما

$$= \frac{هـ - ج هـ}{\pi ر - هـ + ج هـ} \text{ حيث هـ قياس الزاوية المركزية المقابلة للوتر.}$$

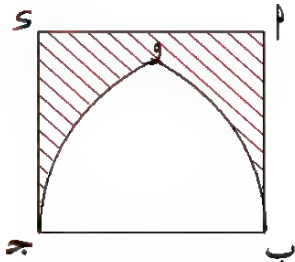
وإذا كان قياس الزاوية المركزية التي تقابل أحد الأوتار في الدائرة ٣٠° فما النسبة بين مساحتي القطعتين الحادثتين ؟

[٣٣] م ب ج Δ قائم الزاوية في ج فيه م ج = ٣ ب ج رسمت دائرة مارة بؤوسه . أوجد النسبة بين

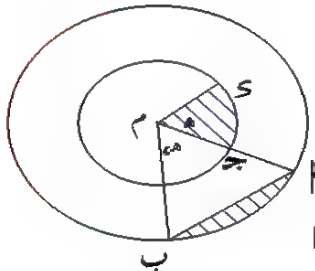
مجموع مساحتي القطعتين الصغيرتين اللتين وترهما م ج ، ب ج إلى نصف مساحة سطح الدائرة .

[٣٤] م ب قطر في دائرة طوله ٦ سم ، ج نقطة على دائرة بحيث : $ق (ج ب م) = ١٥^\circ$ أوجد بدلالة π الفرق بين مساحتي القطعتين الصغيرتين اللتين وترهما ب ج ، م ج .

[٣٥] في الشكل المقابل :



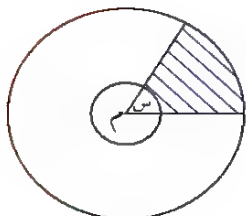
م ب ج ، مربع طول ضلعه ٤ سم . رسم قوسان متساويان في الطول م و ب ، مركزى دائرتيهما هما ب ، م على الترتيب وطول نصف قطره كل منهما ٤ سم . احسب مساحة المنطقة المظلمة .



[٣٦] دائرتان متحدتي المركز في م ، فإذا كان م ج = ٢ نق ، م س = ٤ نق

$$ق (م ب م) = ق (م ج س) = هـ$$

أوجد النسبة بين هـ ، ج هـ إذا علم مساحتي الجزأين المظليين متساويتان . [٤ : ٣]



[٣٧] م مركز دائرتين طول نصف قطريهما ١ سم ، ٤ سم

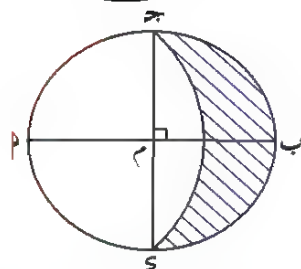
فإذا كانت مساحة الجزء المظلم تمثل سدس مساحة الدائرة الكبرى فأوجد قيمة س بالدرجات [٦٤]

[٣٨] م دائرة طول نصف قطرها نق ، م ب ، ج س قطران متعامدان

سم ج س مركزه نقطة م وطول نصف قطره م ج

[نق ' سم]

أوجد : مساحة المنطقة المظلمة .



أوجد مساحة الشكل الثماني الذي طول ضلعه ٦ سم ، مقربا الناتج لأقرب رقمين عشريين .

$$\therefore 8 = 2 \times 4 , 6 = 3 \times 2$$

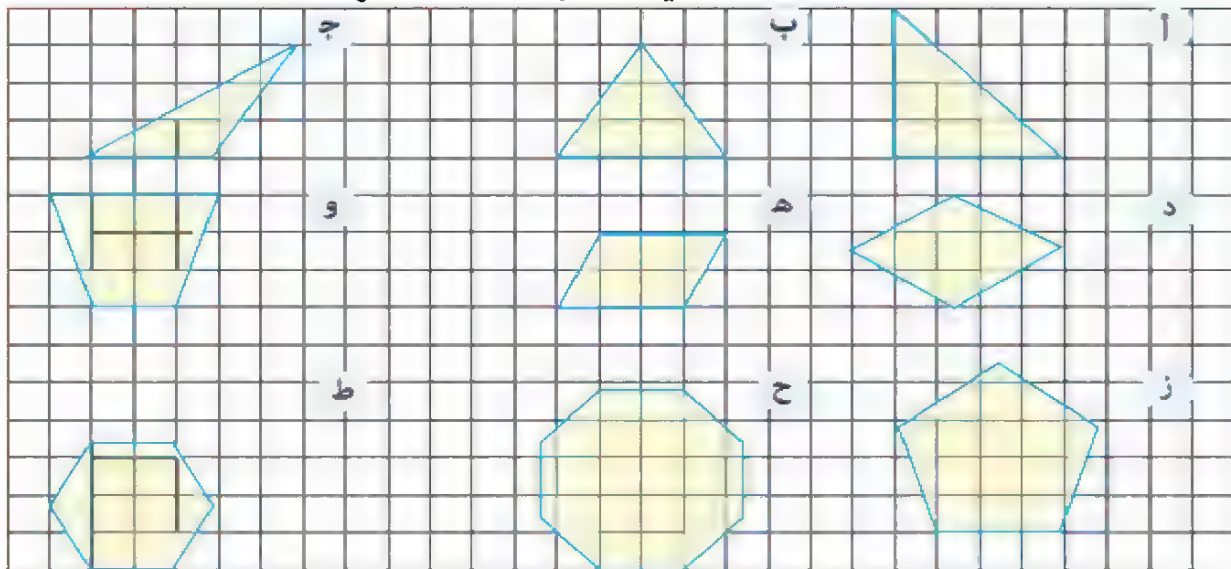
مساحة المضلع المنتظم الذي عدد أضلاعه ٨ وطول ضلعه ٦

$$= \frac{1}{4} \times 2 \times 6 \times \frac{\pi}{2}$$

$$\therefore \text{المساحة} = \frac{1}{4} \times 8 \times 6 \times \frac{180}{8} = 173.8 \text{ سم}^2$$

تقارن [١٦] على المساحات

١) أوجد مساحة كل شكل من الأشكال الآتية باعتبار أن □ هي وحدة المساحة



٢) أوجد مساحة المثلث م ب ج في كل من الحالات الآتية

١) م ب ج = ٦ سم ، ب ج = ٨ سم ، ق (ب ج) = ٩٠°

٢) م ج = ١٢ سم وطول العمود المرسوم من ب على م ج يساوي ٧ سم

٣) م ب ج = ١٦ سم ، ب ج = ٢٠ سم ، ق (ب ج) = ٤٦°

٤) م ب ج = ٨ سم ، ب ج = ٧ سم ، م ج = ١١ سم



٣] اوجد مساحة الشكل م ب ج د في كل من الحالات الآتية

١ متوازي أضلاع فيه م ب = ٨ سم ، ب ج = ١١ سم ، ق (ب) = 60°

٢ شبه منحرف طول قاعدته المتوازيتين م ب ، ب ج يساوي ٧ سم ، ١١ سم على الترتيب وطول العمود المرسوم من د على ب ج يساوي ٦ سم

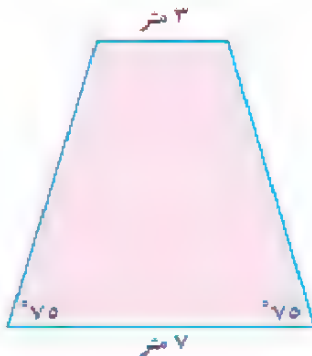
٤] معي في م ب = ٨ سم وقياس الزاوية المحصورة بين ضلعيه متجاوريين فيه تساوي 58°

١] اوجد مساحة كل مضلع منتظم من المضلعات الآتية مقربا الناتج لأقرب جزء من عشرة

١ خماسي منتظم طول ضلعه يساوي ١٦ سم

٢ سداسي منتظم طول ضلعه يساوي ١٢ سم

٥] الشكل المقابل



يرسم مجموعة من الدرجات تؤدي الى مدخل مجمع سكني على شكل

شبه منحرف متساوي الساقين قاعدته الكبرى لأسفل وعرضها ٧ أمتار وقاعدتها الصغرى لأعلى وعرضها ٣ أمتار ويميل كل من ساقيه على القاعدة السفلى بزاوية قياسها 70° اوجد

١ طول كل من ساقيه لأقرب جزء من عشرة
٢ مساحة شبه منحرف لأقرب متر

٦] أحواض زينة صمم حوضا للأسماك الزينة قاعدته على شكل خماسي منتظم طول قطره ٧٢ سم اوجد لأقرب سنتيمتر مربع مساحة قاعدته

٥] يصمم كريم حديقة لمنزله ويرغب ان يكون الجزء المخصص للزهور على شكل سداسي منتظم مساحته $3\sqrt{5} \text{ م}^2$ اوجد طول ضلعه

تارين (١) على الكميات القياسية والمتجهة

ك [١] ارسم متجه موضع الذي تمثله المتجهات :

$$\begin{aligned} ① \quad \vec{p} &= (1, 3) & ② \quad \vec{b} &= (2, 1) & ③ \quad \vec{c} &= (3, 0) \\ ④ \quad \vec{e} &= (4, 0) & ⑤ \quad \vec{h} &= (1, 3) & ⑥ \quad \vec{m} &= (0, 5) + \vec{v} \\ ⑦ \quad \vec{v} &= \vec{u} - \vec{s}_4 & ⑧ \quad \vec{u} &= (\vec{s}_2 - \vec{s}_0) & ⑨ \quad \vec{p} &= \vec{u} - 3\vec{v} \end{aligned}$$

ك [٢] أوجد المتجه \vec{m} الذي تمثله القطعة المستقيمة الموجهة \vec{p} ثم ارسم متجه

الموضع الممثل للمتجه \vec{m}

$$\begin{aligned} ① \quad \vec{p} &= (3, 1), \vec{b} = (1, 2) & ② \quad \vec{p} &= (1, 2), \vec{b} = (3, 4) \\ ③ \quad \vec{p} &= (3, 1), \vec{b} = (1, 1) & ④ \quad \vec{p} &= (5, 7), \vec{b} = (0, 2) \\ ⑤ \quad \vec{p} &= (0, 0), \vec{b} = (2, 8) & ⑥ \quad \vec{p} &= (4, 1), \vec{b} = (6, 7) \end{aligned}$$

ك [٣] ارسم متجه الموضع الممثل لمتجه \vec{p} ثم ارسم قطعة مستقيمة موجهة ممثلة

للمتجه \vec{p} نقطة بدايته b وأوجد إحداثيا نقطة نهايتها .

$$\begin{aligned} ① \quad \vec{p} &= 3\vec{s} + 2\vec{v}, \vec{b} = (1, 2) \\ ② \quad \vec{p} &= (4, 2), \vec{b} = (3, 4) \\ ③ \quad \vec{p} &= (1, 8), \vec{b} = (4, 2) \\ ④ \quad \vec{p} &= 4\vec{s}, \vec{b} = (2, 2) \end{aligned}$$

ك [٤] ارسم متجه الموضع الممثل للمتجه \vec{p} ثم ارسم قطعة مستقيمة موجهة

للمتجه \vec{p} نهايته النقطة b وأوجد نقطة بدايتها .

$$\begin{aligned} ① \quad \vec{p} &= 4\vec{s} + 3\vec{v}, \vec{b} = (2, 4) \\ ② \quad \vec{p} &= (3, 2), \vec{b} = (3, 0) \\ ③ \quad \vec{p} &= 2\vec{s} - 5\vec{v}, \vec{b} = (3, 1) \\ ④ \quad \vec{p} &= (1, 4), \vec{b} = (0, 2) \end{aligned}$$



✍ [0] إذا كان : $\leftarrow p = (r, l)$ فارسم قطعة مستقيمة موجهة تمثل :

\overline{P} ، $\overline{P_2}$ ، $\overline{P_{\frac{1}{\epsilon}}}$ ، $\overline{P_-}$ والتي نقطة بدايته النقطة ب (٢ ، - ١)

✍ (٦) أنشئ نظاما إحداثيا وعين علي النقط $أ(٣، ٢)$ ، $ب(٥، ٣)$ ، $ج(٢، -٤)$

ارسم قطعة مستقيمة موجهة جـ ، تكافئ م ب وأوجد إحداثيا نقطة د .

~~U~~ أنشئ نظاما إحداثيا وعين عليه النقط $P(-1, 0)$ ، $Q(-2, 1)$ ،

جـ (٧-، ٤-) ارسم قطعة مستقيمة موجهة $\overrightarrow{جـ د}$ تكافئ $\overrightarrow{أ ب}$ وأوجد إحداثيا نقطة د.

نکته (n) : $(-1, 1)$ ، $(-2, 2)$ ، $(0, 4)$ ، $(-1, 1)$

وكانت م ، ن ، هـ ، مثلة بالقطعة المستقيمة الموجهة \overrightarrow{P} ، \overrightarrow{J} ، \overrightarrow{S}

على الترتيب فأوجد $\frac{1}{م} - \frac{1}{هـ} + \frac{1}{ح}$

❌ [9] في مستوى إحداثي متعامد عين النقط $P(2, 3)$ ، $Q(-2, 6)$

ج. (۰، ۳)، (۲، ۰) ثم ارسم ج. ، د. ، و. كل منها تكافئ ٣

، وأوجد إحدائهم كل من هـ ، ل ، س

باستخدام الانتقال : عين إحدائى النقطة ٢ التى تجعل ١ تكافى ٢

٢٠٢٤ م متوازي أضلاع تقاطع قطرة في نقطة ٢

أولاً : اذكر القطع المستقيمة الموجهة (إن وجدت) والتي تكافئ :

$\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{4}$ ④ $\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{1}$ ①

ثانيا : بين لماذا تكون القطع المستقيمة الموجهة التالية غير متكافئة :

$\overline{ps}, \overline{pu}$ ③ $\overline{js}, \overline{ju}$ ② $\overline{jp}, \overline{pu}$ ①



❌ [١١] في المستوى الإحداثي المتعامد إذا كانت $P(2, -1)$ ، $Q(0, 0)$

جـ $(-1, 3)$ فأوجد متجه الموضع لكل منها بالنسبة لنقطة الأصل ، وارسم القطعة المستقيمة الموجهة الممثلة له في المستوى الإحداثي .

❌ [١٢] أوجد المتجه \vec{PQ} في الصورة القطبية إذا كان \vec{PQ} :

- ① $(2, -2)$ ② $(\sqrt{2}, -\sqrt{2})$ ③ $(-3, 3\sqrt{3})$
 ④ $(8, 3\sqrt{8})$ ⑤ $(8, \sqrt{8})$

❌ [١٣] إذا كان \vec{PQ} متجه موضع نقطة جـ بالنسبة لنقطة الأصل ،

فأوجد إحداثي نقطة جـ ،

- ① $(\frac{\pi}{3}, 4)$ ② $(\frac{\pi}{4}, \sqrt{2})$ ③ $(\frac{\pi}{3}, 14)$
 ④ $(\frac{\pi}{3}, 0)$ ⑤ $(\frac{\pi}{2}, 2)$ ⑥ $(\frac{\pi}{2}, 9)$

❌ [١٤] في مستوى إحداثي متعامد . أوجد الصورة القطبية لمتجه الموضع للنقطة بالنسبة لنقطة الأصل ، إذا كانت :

- ① $P(-2, -\sqrt{2})$ ② $P(-2, -\sqrt{2})$ ③ $P(-2, -\sqrt{2})$

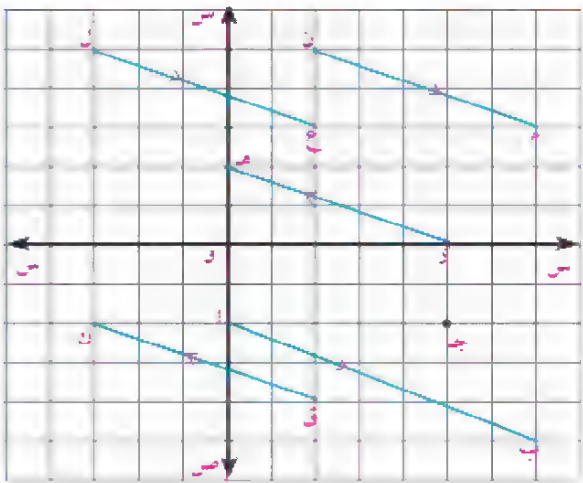
❌ [١٥] في الشكل المقابل :

① عين متجه موضع نقطة جـ بالنسبة الى نقطة

الأصل ، ثم أوجد معياره

② حدد جميع عناصر مجموعة المتجهات التي تكافئ

كل منها \vec{PQ} ؟



تارين (٢) على العمليات على المتجهات

ك [١] أكمل ما يأتي بالاجابة الصحيحة :

١ إذا كان : $\vec{a} = (2, -4)$ ، $\vec{b} = (0, 3)$ فان : $\vec{a} + \vec{b} = \dots$

٢ إذا كان : $\vec{a} = (4, -6)$ ، $\vec{b} = (3, 1)$ ، $\vec{c} = (2, 1)$ فان : $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \dots$

٣ إذا كان : $\vec{a} = (3, -2)$ ، $\vec{b} = (2, 3)$ ، $\vec{c} = (1, 2)$ فان : $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \dots$

٤ إذا كان : $\vec{a} = (1, 4)$ ، $\vec{b} = (-4, 2)$ فان : $\vec{a} - \vec{b} = \dots$

٥ إذا كان : $\vec{a} = (3, 2)$ ، $\vec{b} = (2, 3)$ ، $\vec{c} = (2, 3)$ فان : $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \dots$

٦ إذا كان : $\vec{a} = (3, -2)$ ، $\vec{b} = (1, 1)$ ، $\vec{c} = (1, 1)$ فان : $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \dots$

٧ إذا كان : $\vec{a} = (2, -3)$ ، $\vec{b} = (3, 1)$ ، $\vec{c} = (1, 3)$ فان : $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \dots$

٨ تتكافأ القطعتان المستقيمتان الموجهتان إذا كان :

٩ متجه الموضع لنقطة معلومة هو

١٠ إذا كان : $\vec{a} = (3, 2)$ ، $\vec{b} = (2, 3)$ فان : $\vec{a} + \vec{b} = \dots$

١١ إذا كان : $\vec{a} = (0, 7)$ ، $\vec{b} = (0, 0)$ فان : $\vec{a} + \vec{b} = \dots$

١٢ إذا كان : المتجهان \vec{a} ، \vec{b} متساويان حيث $\vec{a} = (2, 3)$ ، $\vec{b} = (0, 3)$ فان : $\vec{a} - \vec{b} = \dots$

١٣ إذا كان : المتجهان \vec{a} ، \vec{b} متوازيان حيث $\vec{a} = (4, 0)$ ، $\vec{b} = (1, 3)$ فان : $\vec{a} = \dots$

١٤ إذا كان : $\vec{a} = \frac{1}{2} \vec{b}$ وعندما $\vec{a} = (0, \frac{1}{2})$ فان : $\vec{b} = \dots$

١٥ إذا كان : $\vec{a} = (2, 0)$ ، $\vec{b} = (3, 0)$ فان : $\vec{a} + \vec{b} = \dots$

١٦ إذا كان : $\vec{a} = (4, 0)$ ، $\vec{b} = (3, 0)$ فان : $\vec{a} - \vec{b} = \dots$

١٧ إذا كان : $\vec{a} = (4, 4)$ ، $\vec{b} = (1, \frac{1}{4})$ فان : $\vec{a} + \vec{b} = \dots$

١٨ إذا كان : $\vec{a} = (1, \frac{1}{4})$ ، $\vec{b} = (1, \frac{1}{4})$ فان : $\vec{a} + \vec{b} = \dots$

١٩ إذا كان : $\vec{a} = (0, 1)$ ، $\vec{b} = (1, 0)$ فان : $\vec{a} + \vec{b} = \dots$

٢٠ إذا كان : $\vec{a} = (0, 2)$ ، $\vec{b} = (1, 1)$ فان : $\vec{a} + \vec{b} = \dots$

٢١ إذا كان : $\vec{a} = (1, 0)$ ، $\vec{b} = (0, 1)$ فان : $\vec{a} + \vec{b} = \dots$

٢] اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : $\vec{a} = (2, 2)$ ، $\vec{b} = (0, -2)$ فإن : $\|\vec{a} - \vec{b}\| = \dots$

١ $\sqrt{5}$ ٢ $\sqrt{2}$ ٣ ٥ ٤ ٢٥

٢ إذا كان : $\vec{a} = (2, 3)$ ، $\vec{b} = (-1, 0)$ فإن $\vec{a} \cdot \vec{b}$ يساوي

١ $(3, 8)$ ٢ $(8, 3)$ ٣ $(0, -1)$ ٤ $(-2, 3)$

٣ إذا كان : $\vec{a} = \vec{b}$ حيث \vec{a} ، \vec{b} غير صفريين ، $\vec{a} \cdot \vec{b} = \{1, 0\}$ فإن

١ $\vec{a} = \vec{b}$ ٢ $\vec{a} \perp \vec{b}$ ٣ \vec{a} لايوازي \vec{b} ٤ $\vec{a} \parallel \vec{b}$

٤ إذا كان : $\vec{a} = (1, 1)$ ، $\vec{b} = (2, 1)$ ، $\vec{a} \parallel \vec{b}$ فإن :

١ $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$ ٢ $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2$ ٣ $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$ ٤ $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2$

٣ $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$ ٤ $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2$

٥ إذا كان : $\vec{a} = (1, 1)$ ، $\vec{b} = (2, 1)$ ، $\vec{a} \perp \vec{b}$ فإن :

١ $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$ ٢ $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2$ ٣ $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$ ٤ $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2$

٣ $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$ ٤ $\vec{a} \cdot \vec{b} = 2$

٦ إذا كان : $\vec{a} = (2, 4)$ ، $\vec{b} = (3, 2)$ ، $\vec{a} \parallel \vec{b}$ فإن :

١ $2 = 4$ ٢ $2 = 4$ ٣ $8 = 4$ ٤ $2 = 4$

٧ إذا كان : $\vec{a} = (1, -1)$ ، $\vec{b} = (3, 4)$ ، $\vec{a} \perp \vec{b}$ فإن :

١ $3 = 4$ ٢ $3 = 4$ ٣ $3 = 4$ ٤ $3 = 4$

٨ إذا كان : $\vec{a} = 3\vec{b} + 4\vec{c}$ فإن : $\|\vec{a}\| = \dots$

١ ٧ ٢ ٢٥ ٣ $\sqrt{2}$ ٤ ٥

٩ إذا كان : $\vec{a} = (3, 4)$ ، $\vec{b} = (1, -1)$ فإن $\vec{a} \cdot \vec{b} = \dots$

١ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ٢ $\frac{1}{20}$ ٣ $\frac{1}{0}$ ٤ $0 \pm$



..... = || \overline{P} || فاه (٤ - ، ٣ -) = \overline{P} : إذا كان ٩

$$0 \quad \textcircled{\varepsilon} \quad \quad \quad V - \quad \textcircled{\varepsilon} \quad \quad \quad \Sigma \quad \textcircled{\varepsilon} \quad \quad \quad \Psi \quad \textcircled{\varepsilon}$$

١٠- إذا كان : $\vec{p} (0, 4)$ ، $\vec{q} (-16, 20)$ فإن المتجهين \vec{p} ، \vec{q}

١ متعامدان ٢ متوازيان ٣ متافان ٤ خلاف ذلك

② إذا كان : $\overrightarrow{P} (0, 3)$ ، $\overrightarrow{Q} (1, 4)$ متعامدان فإن m تساوي

$$\begin{array}{r} 0 - \\ \hline 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 - \\ \hline 0 \end{array} \quad 3 - \quad 0 -$$

❶ إذا كان : $(3, 2) = 1$ ، $(3, 1) = 1$ فان $(3, 1) = 1$ ❷

$$9 - \textcircled{2} \qquad 1 - \textcircled{3} \qquad \frac{11}{5} \textcircled{5} \qquad 2 \textcircled{1}$$

۱۳) إذا كان: $\vec{u} \parallel \vec{v}$ ، $\vec{u} = (0, 1)$ فإن: $\vec{u} - \vec{v}$ يمكن أن تساوي

$(0-.7-)$ ② $(7-.0-)$ ③ $(0.7-)$ ④ (7.0) ①

١٤ إذا كان : $\overline{p} (2 - 1, 2) \overline{q} (0, 2 - 1) \overline{r} (1, 1)$

وكان \perp ج \perp فان م تساوى

1 - ④ 2 - ③ 1 ② 2 ①

١٥) إذا كان : $\|\vec{u}\| = 0$ ، و $u = 3$ فإن معادلة المستقيم $\vec{r} = \vec{u}$ هي

$$1 = \frac{0}{0} + \frac{\infty}{\infty} \quad (5)$$

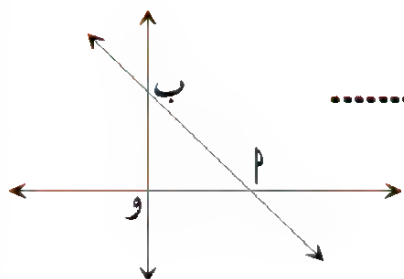
$$\omega \gamma = \varphi \xi \quad (\xi) \qquad \gamma - \varphi = \xi - \omega \quad (\gamma)$$

• = ٢٤ - ١٥ + ٣ : ١ : ١٦

فان مساحة المثلث الذي يصنعه هذا المستقيم مع محوري الإحداثيات يساوى

١) ٣ وحدات مساحة ٢) ١ وحدة مساحة

٣) ١٢ وحدات مساحة ٤) ٢٤ وحدات مساحة





٣] ضع (✓) أمام العبارة الصحيحة أو (✗) أمام العبارة الخطأ مع بيان السبب :

- ١ إذا كان : $\vec{a} = (3, -4), \vec{b} = (-3, 4)$: **فان** $\vec{a} \perp \vec{b}$
- ٢ إذا كان : $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ، $\vec{c} \parallel \vec{b}$: **فان** $\vec{a} \parallel \vec{c}$ **يكافئ** $\vec{a} \parallel \vec{b}$
- ٣ إذا كان : $\vec{a} = (3, -1), \vec{b} = (1, -3)$: **فان** $\vec{a} \parallel \vec{b}$ $\parallel \vec{c} = \sqrt{20}$
- ٤ إذا كان : $\vec{a} = (3, 2), \vec{b} = (2, 1), \vec{c} = (1, 1)$: **فان** $\vec{a} \parallel \vec{b} \parallel \vec{c}$

٤] إذا كان : $\vec{a} = (2, -6), \vec{b} = (-2, 0), \vec{c} = (-6, 14)$

- ١ أوجد $\vec{a} + \vec{b}$ ، $\vec{a} - \vec{b}$ ، $\frac{1}{2}\vec{a}$ ، $\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$
- ٢ عبر عن \vec{c} بدلالة \vec{a} ، \vec{b}

٥] عبر عن كل المتجهات التالية بدلالة متجهي الوحدة الأساسيين :

- ١ $\vec{a} = (-3, 4)$
- ٢ $\vec{b} = (0, -12)$
- ٣ $\vec{c} = (-3, -6)$
- ٤ $\vec{d} = (-7, 0)$

٦] إذا كانت $\vec{a} = (1, 1), \vec{b} = (2, -4), \vec{c} = (-3, 0)$

فأوجد العدد k إذا كان : ١ $\vec{a} \parallel \vec{b}$ متوازيان ٢ $\vec{a} \perp \vec{b}$ متعامدان

٧] إذا كانت $\vec{a} = \vec{c} + \vec{b}$ ، $\vec{a} = \vec{c} + \vec{b}$ ، $\vec{a} = \vec{c} + \vec{b}$

فأوجد العدد k إذا كان : ١ $\vec{a} \parallel \vec{b}$ متوازيان ٢ $\vec{a} \perp \vec{b}$ متعامدان

٨] أوجد العدد k (ان أمكن) بحيث تحقق الشروط المعطاة :

- ١ $\vec{a} = (2, -4), \vec{b} = (3, -1)$ متعامدان .
- ٢ $\vec{a} = (4, -2), \vec{b} = (8, -4)$ متعامدان
- ٣ $\vec{a} = (4, -2), \vec{b} = (1, -4)$ متوازيان
- ٤ $\vec{a} = (3, -4), \vec{b} = (4, -3)$ متوازيان



كـ [٩] إذا كانت : $\vec{m}_2 + \vec{p}_3 = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \vec{m}_1$: أثبت أن : $\vec{p}_1 = \vec{m}_1$

كـ [١٠] في مستوى إحداثي متعامد : $\vec{p} (3, -4)$ ، $\vec{q} (-12, 0)$

جـ ، $\vec{r} (-2, 6)$ ، أوجد متجه الموضع لكل النقط \vec{p} ، \vec{q} ، \vec{r} بالنسبة لنقطة الأصل $O (0, 0)$ ، ثم أوجد معيار كل منها .

كـ [١١] عبر عن كل من المتجهات التالية بدلالة متجهي الوحدة الأساسيين

، ثم أوجد معيار كل منهما :

$$\begin{aligned} ① \vec{m} &= (-4, 3) & ② \vec{p} &= (8, -6) & ③ \vec{q} &= (-5, 12) \\ ④ \vec{p} &= (0, \sqrt{2}) & ⑤ \vec{q} &= (-\sqrt{3}, 0) & ⑥ \vec{r} &= (\sqrt{2}, -\sqrt{3}) \end{aligned}$$

كـ [١٢] أوجد الصورة القطبية لكل من المتجهات التالية :

$$① \vec{m} = \sqrt{2} \vec{r}_8 + \sqrt{2} \vec{s}_8 = \vec{p} \quad ② \vec{p} = \sqrt{2} \vec{r}_3 + \sqrt{2} \vec{s}_3 = \vec{q}$$

كـ [١٣] إذا كان : $\vec{p} (3, -2)$ ، $\vec{q} (-2, 5)$ ، $\vec{r} (0, 11)$

اكتب كلا من المتجهات التالية بدلالة متجهي الوحدة الأساسيين

\vec{p}_2 ، \vec{p}_3 ، $\vec{p} + \vec{q}$ ، $\vec{q} - \vec{p}$ ، $\frac{1}{2}(\vec{p} + \vec{q})$ عبر عن \vec{r} بدلالة \vec{p} ، \vec{q}

كـ [١٤] إذا كان : $\vec{m} (5, 1)$ ، $\vec{p} (4, -2)$ ، $\vec{q} (-10, 2)$

أثبت أن : ① $\vec{m} \perp \vec{p}$ ② $\vec{m} \parallel \vec{q}$ ③ $\vec{p} \perp \vec{q}$

كـ [١٥] إذا كان : $\vec{m} = \vec{p}_3 + \vec{s}_4$ ، $\vec{p} = \vec{s}_6 - \vec{s}_8$

$$\vec{q} = \vec{s}_4 + \vec{s}_6$$

① أثبت أن : $\vec{m} \parallel \vec{p}$ ② أوجد : $\vec{p} \in \vec{q}$ إذا كان $\vec{m} \parallel \vec{q}$

③ أوجد $\vec{p} \in \vec{q}$ إذا كان : $\vec{p} \perp \vec{q}$ ④ هل $\vec{q} \perp \vec{m}$ ؟ فسر إجابتك



ك [١٦] إذا كان : $\vec{a} = 3\vec{s} - 2\vec{v}$ ، $\vec{b} = \vec{s} - 4\vec{v}$

أوجد : ١ $\vec{a} + \vec{b}$ ٢ $\vec{a} - \vec{b}$ ٣ $\vec{a} + \vec{b}$ ٤ $2\vec{a} + 3\vec{b}$ ٥ $\vec{a} - 3\vec{b}$ ٦ $3\vec{a} - \vec{b}$

ك [١٧] \vec{a} و \vec{b} جزء شبه منحرف فيه $\vec{a} = (2, -3)$ ، $\vec{b} = (4, -1)$

ج ، $(2, 5)$ ، $(-1, 1)$ ك

١ إذا كان : $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ، أوجد قيمة ك .

٢ أثبت أن : $\vec{a} \perp \vec{b}$ ٣ أوجد مساحة شبه المنحرف \vec{a} و \vec{b} .

ك [١٨] \vec{a} و \vec{b} جزء شكل رباعي فيه : $\vec{a} = (1, -2)$ ، $\vec{b} = (9, 0)$ ، ج $(8, 4)$

١ $(0, 2)$ أثبت أن : ١ $\vec{a} = \vec{b}$ ٢ $\vec{a} \perp \vec{b}$

ك [١٩] \vec{a} و \vec{b} جزء متوازي أضلاع ، $\vec{a} = (3, 0)$ ، $\vec{b} = (0, 4)$ ، $(-2, 1)$

أوجد إحداثيا نقطة ج .

ك [٢٠] إذا كان : $\vec{a} = (7, -6)$ ، $\vec{b} = (3, -4)$ ، ج $(-3, 0)$

١ $(0, 8)$ أثبت أن : \vec{a} ، \vec{b} متعامدان واحسب معيار كل من \vec{a} و \vec{b}

ك [٢١] إذا كان : $\vec{a} = (1, 4)$ ، $\vec{b} = (2, 3)$ ، $\vec{c} = (2, \frac{0}{4})$

أوجد $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ واحسب \vec{c}

ك [٢٢] أوجد المتجه \vec{m} حيث $\vec{m} = \frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b} + \frac{3}{2}\vec{c}$ ثم عين \vec{m}

ك [٢٣] إذا كان : $\vec{a} = \vec{s} - 2\vec{v}$ ، $\vec{b} = \vec{s} + 2\vec{v}$

١ $\vec{a} = \vec{s} - 3\vec{v}$ أوجد قيمة ك بحيث تحقق $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c} + \vec{m}$ ك

ك [٢٤] \vec{p} ب ج مثلث رؤوسه $\vec{p} (2, -2)$ ، $\vec{b} (8, 4)$ ، $\vec{c} (0, 7)$.

١ اثبت أن Δ \vec{p} ب ج مثلث قائم الزاوية في ب

٢ أوجد مركز الدائرة المطارة برؤوسه Δ \vec{p} ب ج

ك [٢٥] \vec{p} ب ج د متوازي أضلاع فيه $\vec{p} (3, 2)$ ، $\vec{b} = (3, 8)$ ، $\vec{c} (9, 1)$

، $\vec{d} (7, 5)$ أوجد قيمة \vec{c} ، \vec{d} ثم أوجد $\vec{p} \parallel$ ، $\vec{b} \parallel$ ، $\vec{c} \parallel$ ، $\vec{d} \parallel$

ك [٢٦] إذا كان : $\vec{p} = (1, 7)$ ، $\vec{b} = (-4, 2)$ ، $\vec{c} = (-4, 6)$ ، $\vec{d} = (-6, 1)$

فأوجد إحداثي كل من النقط \vec{p} ، \vec{b} ، \vec{c} ، \vec{d} حيث \vec{c} نقطة الأصل .

ك [٢٧] \vec{c} ، \vec{d} ، \vec{e} ل شكل رباعي فيه $\vec{c} = (2, 3)$ ، $\vec{d} = (4, -2)$ ، $\vec{e} = (4, -2)$

، $\vec{f} = (3, 4)$ ، عين المتجه \vec{f} . إذا كان $\vec{f} = (4, -2)$

فأوجد النقط \vec{c} ، \vec{d} ، \vec{e}

ك [٢٨] إذا كان : $\vec{p} (3, -2)$ ، $\vec{b} (4, 1)$ ، $\vec{c} (3, 5)$ ، $\vec{d} (-1, 0)$

أوجد قيمة كل من \vec{c} ، \vec{d} إذا كان :

١ المتجهان \vec{p} ، \vec{b} متساويان مقدارا متجهان اتجاههما .

٢ المتجهان \vec{p} ، \vec{b} متساويان مقدارا متضادان اتجاههما .

ك [٢٩] إذا كان : $\vec{p} (7, 4)$ ، $\vec{b} (3, 8)$ ، $\vec{c} (-3, 0)$

أوجد نقطة \vec{c} بحيث يكون \vec{p} ب ج د متوازي أضلاع .

ك [٣٠] إذا كان : $\vec{p} = (12, -3)$ ، $\vec{b} = (4, 5)$ ، $\vec{c} = (4, 5)$ ، $\vec{d} = (4, 5)$

ك [٣١] إذا كان : $\vec{p} = (-2, \sqrt{3})$ ، $\vec{b} = (2, \sqrt{3})$ ، $\vec{c} = (2, \sqrt{3})$ ، $\vec{d} = (2, \sqrt{3})$

اذكر العلاقة بين المتجهين \vec{p} ، \vec{b} مع ذكر السبب ؟



❌ (٣٢) إذا كان: $\overleftarrow{p} = (٧, -٤)$, $\overleftarrow{q} = (٥, ٣)$, $\overleftarrow{r} = (-٢١, ١٢)$ **وعين عندئذ أي المتجهات تكون متوازية؟**

❌ (۳۳) إذا كان : $\overline{p} \in (v, 3), \overline{q} \in (0, 2), \overline{r} = 3 + \overline{s}$

❶ اثبت أن : $\frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} - \frac{1}{2}$ **يواري المتجه** $\frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$

٢ إذا كان : $\frac{1}{x} = \frac{1}{y}$ أوجد قيمة x

❧ [۳۴] إذا كان : $(۲, ۴)$ ، $(۶, ۴)$ ، $(۲, ۷)$ اثبت أن :

١ // عور السينات ٢ // عور الصادات ٣ // عور الزايدات

۴) إذا كان : و ا ، هـ ، ب ، ت ، ج ، د ، ز ، ح ، ط ، ق ، ك ، خ ، غ ، ف ، ي ، ع ، هـ ، و ، ی

تکافى هـ^١ حيث ٩ نقطة الأصل . فآوجد إحدائيات كل من ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨

~~(30)~~ إذا كان: $(1, 0) = \frac{1}{8}$, $(2, 3) = \frac{1}{4}$, $(1, 4) = \frac{1}{2}$

فأوجد المتجه \vec{r} الذي يحقق المعادلة : $\vec{r} + \vec{r} - \vec{r} = \vec{r}$

❌ (۳) إذا كان: $\overline{u} = (3, 1), \overline{v} = (1, 4), \overline{w} = (2, 3)$ **فاوجد:**

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{5} \text{ (1)} \quad \frac{1}{5} - \frac{1}{5} \text{ (2)} \quad \frac{1}{5} + \frac{1}{5} \text{ (3)} \quad \frac{1}{5} - \frac{1}{5} \text{ (4)}$$

كـ (U3) أوجد بدلالة متجهي الوحدة الأساسيين المتجه الذي يعبر عن :

١ سرعة منتظمة مقدارها ٦٠ كم/س في اتجاه الغرب .

٢ قوة مقدارها ٢٠ كجم تؤثر على جسم في اتجاه ٣٠° جنوب الشرق .

٣. إزاحة جسم مسافة ٤٠ سم في اتجاه الشمال الغربي .

❏ [٣٥] أوجد بدلالة متجهي الوحدة الأساسيين المتجه الذي يعبر عن كل من :

١ إزاحة جسم مسافة ١٥٠ سم في اتجاه الجنوب الشرق .

٢ قوة مقدارها ٩٠ ن كجم تؤثر على جسيم في اتجاه ٦٠° غرب الجنوب .

ك (٣٨) أوجد بدلالة متجهي الوحدة الأساسيين المتجه الذي يعبر عن كل من :

١ السرعة المنتظمة لسيارة تقطع ١٠٠ كم/س في اتجاه 60° شمال الشرق

٢ قوة مقدارها ١٢٠ نيوتن تؤثر في نقطة مادية في اتجاه 30° جنوب الغرب .

ك (٣٩) الشبكة المقابلة متوازيات أضلاع متطابقة :

أولا : عبر كل من القطع المستقيمة الموجهة التالية

بدلالة المتجهين \vec{a} ، \vec{b}

- | | | | |
|-------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| ١ \vec{a} | ٢ \vec{b} | ٣ $\vec{a} + \vec{b}$ | ٤ $\vec{b} - \vec{a}$ |
| ٥ $\vec{a} - \vec{b}$ | ٦ $\vec{a} + 2\vec{b}$ | ٧ $2\vec{a} - \vec{b}$ | ٨ $\vec{a} - 2\vec{b}$ |
| ٩ $3\vec{a} + 2\vec{b}$ | ١٠ $2\vec{a} + 3\vec{b}$ | ١١ $3\vec{a} - 2\vec{b}$ | ١٢ $2\vec{a} - 3\vec{b}$ |

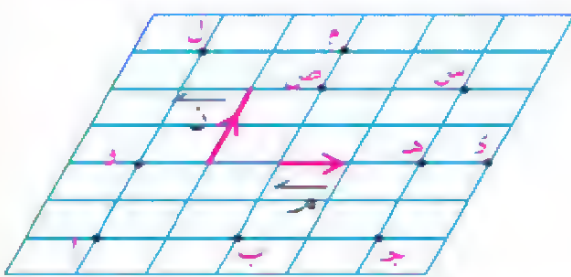
ثانيا : استنتج أن : $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} - \vec{b}$ وفسر ذلك هندسيا

ك (٤٢) ارسم $\vec{a} = (2, \frac{\pi}{4})$ في مستوى إحداثي متعامد ، ثم مثل هندسيا

كلا من متجهات الموضع التالية بقطع مستقيمة موجهة في نفس المستوى :

- | | | |
|------------------------|-----------------------|------------------------|
| ١ $\vec{a} = 3\vec{b}$ | ٢ $\vec{a} - \vec{b}$ | ٣ $\vec{a} - 2\vec{b}$ |
|------------------------|-----------------------|------------------------|

ك (٤١) الشبكة البيانية المقابلة متوازيات الأضلاع متطابقة عبر كل من القطع



المستقيمة الموجهة التالية بدلالة المتجهين \vec{a} ، \vec{b}

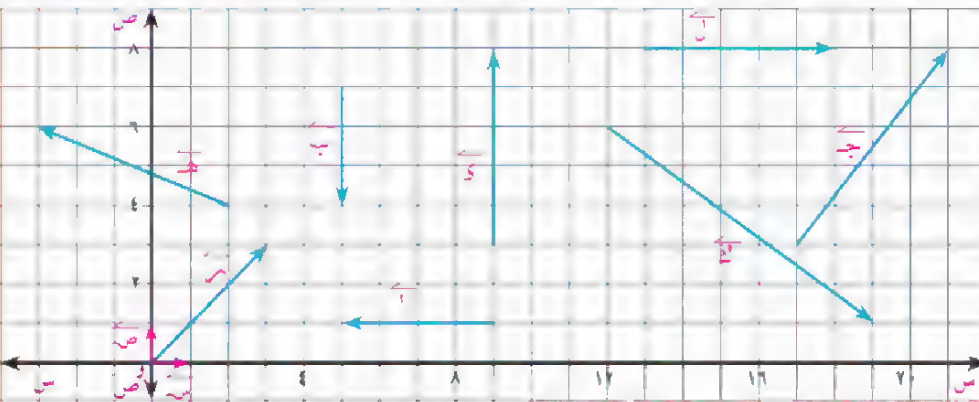
- | | | | |
|-------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| ١ \vec{a} | ٢ \vec{b} | ٣ $\vec{a} + \vec{b}$ | ٤ $\vec{b} - \vec{a}$ |
| ٥ $\vec{a} - \vec{b}$ | ٦ $\vec{a} + 2\vec{b}$ | ٧ $2\vec{a} - \vec{b}$ | ٨ $\vec{a} - 2\vec{b}$ |
| ٩ $3\vec{a} + 2\vec{b}$ | ١٠ $2\vec{a} + 3\vec{b}$ | ١١ $3\vec{a} - 2\vec{b}$ | ١٢ $2\vec{a} - 3\vec{b}$ |

ك (٤٠) يبين الشكل التالي

تحيلا لبعض المتجهات في المستوى

الإحداثي المتعامد اكتب كل متجه

بدلالة متجهي الوحدة الأساسيين.



تارين (٣) على العمليات على المتجهات

ك [١] أكمل ما يأتي :

$$١ \text{ في المثلث } \vec{P} \text{ ب } \vec{J} : \vec{P} \vec{J} - \vec{J} \vec{P} = \dots\dots\dots$$

$$٢ \text{ في المثلث } \vec{P} \text{ ب } \vec{J} : \vec{P} \vec{J} + \vec{J} \vec{P} = \dots\dots\dots$$

$$٣ \text{ في المثلث } \vec{W} \vec{V} \vec{E} : \vec{W} \vec{V} + \vec{E} \vec{V} + \vec{W} \vec{E} = \dots\dots\dots$$

$$٤ \text{ في المثلث } \vec{P} \text{ ب } \vec{J} : \vec{P} \vec{J} = \vec{J} \vec{P} , \vec{W} \text{ منتصف } \vec{P} \vec{J} \text{ فان } : \vec{P} \vec{J} + \vec{J} \vec{P} = \dots\dots\dots$$

ك [٢] في المثلث $\vec{W} \vec{V} \vec{E}$ أكمل ما يأتي :

$$١ \vec{W} \vec{V} + \vec{V} \vec{E} = \dots\dots\dots \quad ٢ \vec{W} \vec{E} + \vec{E} \vec{V} = \dots\dots\dots$$

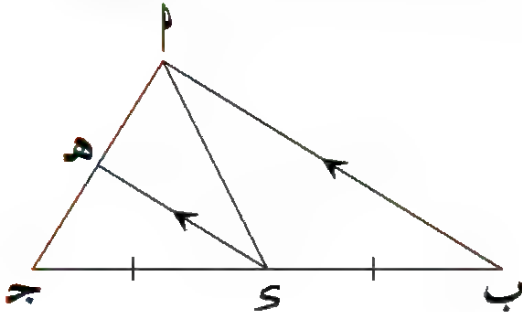
$$٣ \vec{W} \vec{E} - \vec{V} \vec{E} = \dots\dots\dots \quad ٤ \vec{W} \vec{V} - \vec{E} \vec{V} = \dots\dots\dots$$

ك [٣] قول \vec{M} متوازي أضلاع تقاطع قطراه في \vec{K} أكمل ما يأتي :

$$١ \vec{K} \vec{M} + \vec{M} \vec{K} = \dots\dots\dots \quad ٢ \vec{K} \vec{M} \times ٢ = \vec{K} \vec{M} + \vec{M} \vec{K} = \dots\dots\dots$$

$$٣ \vec{K} \vec{M} \times ٢ = \vec{K} \vec{M} + \vec{M} \vec{K} = \dots\dots\dots \quad ٤ \vec{K} \vec{M} + \vec{M} \vec{K} = \dots\dots\dots$$

$$٥ \vec{K} \vec{M} \times ٢ = \vec{K} \vec{M} + \vec{M} \vec{K} = \dots\dots\dots \quad ٦ \vec{K} \vec{M} + \vec{M} \vec{K} + \vec{K} \vec{M} + \vec{M} \vec{K} = \dots\dots\dots$$

ك [٤] في المثلث $\vec{P} \text{ ب } \vec{J}$: إذا كانت \vec{S} منتصف $\vec{P} \vec{J}$ ، $\vec{H} \vec{S} \parallel \vec{P} \vec{J}$ فان

$$١ \vec{H} \vec{S} + \vec{S} \vec{P} = \dots\dots\dots \times ٢ = \dots\dots\dots$$

$$٢ \vec{H} \vec{S} - \vec{J} \vec{S} = \dots\dots\dots$$

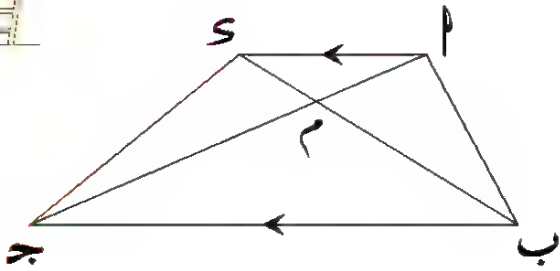
$$٣ \vec{S} \vec{P} + \vec{S} \vec{J} = \dots\dots\dots$$

$$٤ \vec{P} \vec{J} + \vec{J} \vec{P} + \vec{S} \vec{P} + \dots\dots\dots = \vec{S} \vec{J} + \vec{J} \vec{S} + \vec{P} \vec{J} + \vec{J} \vec{P}$$

$$٥ \vec{P} \vec{J} + \vec{J} \vec{P} + \vec{S} \vec{P} + \vec{S} \vec{J} + \vec{H} \vec{S} + \vec{S} \vec{H} = \dots\dots\dots$$



ك [٥] في الشكل المقابل : \vec{p} و \vec{q} شبه منحرف ، $\vec{p} \parallel \vec{q}$ ، $\vec{p} = 2\vec{q}$ ، فان :



$$① \quad \vec{p} + \vec{q} = 2 \times \dots$$

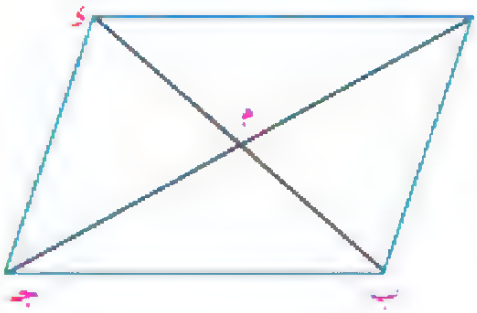
$$② \quad \vec{p} + \vec{q} = 3 \times \dots$$

$$③ \quad \vec{p} - \vec{q} = \frac{3}{2} \times \dots$$

$$④ \quad \vec{p} + \vec{q} = \vec{p} + \vec{q} + \vec{q} + \vec{q} + \dots$$

$$⑤ \quad \vec{p} = \vec{p} - \vec{q} + \vec{q} - \vec{q} + \vec{q} - \vec{q} + \dots$$

ك [٦] في الشكل المقابل : \vec{p} و \vec{q} متوازي أضلاع ، \vec{p} نقطة تقاطع قطراه . أكمل :



$$① \quad \vec{p} = \dots$$

$$② \quad \vec{p} = \vec{q} + \vec{r} + \dots$$

$$③ \quad \vec{p} = \vec{q} + \vec{r} + \dots$$

$$④ \quad \vec{p} = \vec{q} + \vec{r} + \dots$$

$$⑤ \quad \vec{p} = \vec{q} + \vec{r} + \dots$$

$$⑥ \quad \vec{p} = \vec{q} + \vec{r} + \dots$$

$$⑦ \quad \vec{p} = \vec{q} + \vec{r} + \dots$$

$$⑧ \quad \vec{p} = \dots$$

$$⑨ \quad \vec{p} = \vec{q} + \vec{r} + \dots$$

$$⑩ \quad \vec{p} = \vec{q} + \vec{r} + \dots$$

$$⑪ \quad \vec{p} = \vec{q} + \vec{r} + \dots$$

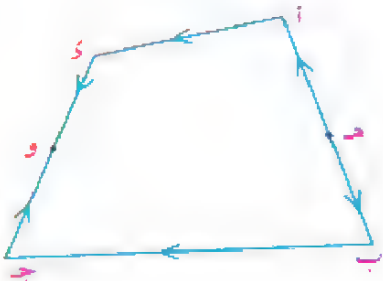
$$⑫ \quad \vec{p} = \vec{q} + \vec{r} + \dots$$

$$⑬ \quad \vec{p} = \vec{q} + \vec{r} + \dots$$

$$⑭ \quad \vec{p} = \vec{q} + \vec{r} + \dots$$

ك [٧] في أي مثلث \vec{p} ، \vec{q} ، \vec{r} أثبت أن : $\vec{p} = \vec{q} + \vec{r}$

ك [٨] في أي شكل رباعي \vec{p} ، \vec{q} ، \vec{r} ، \vec{s} أثبت أن : $\vec{p} + \vec{q} + \vec{r} + \vec{s} = \vec{0}$



ك [٩] في الشكل المقابل : \vec{p} و \vec{q} شكل رباعي

$$\vec{p} \parallel \vec{q} , \vec{p} \neq \vec{q}$$

$$\text{أثبت أن : } \vec{p} + \vec{q} + \vec{r} + \vec{s} = \vec{0}$$



كـ [١٠] $\vec{m} + \vec{b} = \vec{a} + \vec{c}$: شكل رباعي إذا كان

اثبت أن : $\vec{m} + \vec{b} = \vec{a} + \vec{c}$ متوازي أضلاع .

كـ [١١] $\vec{m} + \vec{b} = \vec{a} + \vec{c}$ مثلث فيه ، منتصف \vec{m} ، و منتصف \vec{b}

اثبت أن : $\vec{m} + \vec{b} = \vec{a} + \vec{c}$

كـ [١٢] $\vec{m} + \vec{b} = \vec{a} + \vec{c}$ مثلث ، هـ ، و منتصفات الأضلاع \vec{m} ، \vec{b} ، \vec{c} على الترتيب .

اثبت أن : $\vec{m} + \vec{b} = \vec{a} + \vec{c}$

كـ [١٣] $\vec{m} + \vec{b} = \vec{a} + \vec{c}$ شبه منحرف فيه : $\vec{m} \parallel \vec{b}$ ، $\frac{2}{3} = \frac{a}{b}$

اثبت أن : $\vec{m} + \vec{b} = \vec{a} + \vec{c}$

كـ [١٤] $\vec{m} + \vec{b} = \vec{a} + \vec{c}$ متوازي أضلاع فيه هـ منتصف \vec{b}

اثبت أن : $\vec{m} + \vec{b} = \vec{a} + \vec{c}$

كـ [١٥] $\vec{m} + \vec{b} = \vec{a} + \vec{c}$ شبه منحرف فيه $\vec{m} \parallel \vec{b}$ ، $\vec{a} = 3\vec{b}$

اثبت أن : $\vec{m} + \vec{b} = \vec{a} + \vec{c}$

كـ [١٦] $\vec{m} + \vec{b} = \vec{a} + \vec{c}$ متوازي أضلاع اثبت أن : $\vec{m} + \vec{b} = \vec{a} + \vec{c}$

كـ [١٧] مثلث $\vec{m} + \vec{b} = \vec{a} + \vec{c}$ ، منتصف \vec{b} ، اثبت أن : $\vec{m} + \vec{b} = \vec{a} + \vec{c}$

كـ [١٨] $\vec{m} + \vec{b} = \vec{a} + \vec{c}$ مثلث ، $\vec{m} \parallel \vec{b}$ بحيث $\vec{a} = 2\vec{b}$ ، $\vec{c} = 3\vec{b}$.

اثبت أن : $\vec{m} + \vec{b} = \vec{a} + \vec{c}$



كـ [١٩] $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ شبه المنحرف فيه $\vec{a} \parallel \vec{c}$ ، \vec{b} منتصف \vec{a} .

اثبت أن : $\vec{b} = \vec{a} + \vec{c} + \vec{b}$.

كـ [٢٠] $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ شكل رباعي فيه $\vec{a} \parallel \vec{c}$.

اثبت أن : $\vec{b} = \vec{a} - \vec{c} - \vec{b}$.

كـ [٢١] $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ شكل رباعي فيه $\vec{a} \parallel \vec{c}$ ، $\vec{b} = \vec{a} + \vec{c}$.

اثبت أن : $\vec{b} = \vec{a} + \vec{c}$.

كـ [٢٢] $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ مثلث فيه $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ منتصفات القطع $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ على الترتيب .

اثبت أن : $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$.

كـ [٢٣] في أي شكل رباعي $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$: اثبت أن : $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} + \vec{d}$.

كـ [٢٤] $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ شبه منحرف فيه $\vec{a} \parallel \vec{c}$ ، \vec{b} منتصف \vec{a} ، \vec{c} منتصف \vec{b} وكان :

$$\vec{a} = \vec{b} + \vec{c} \quad \vec{a} \parallel \vec{c} \quad \text{فثبت أن : } \vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$$

كـ [٢٥] $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ شبه منحرف فيه $\vec{a} \parallel \vec{c}$ ، $\vec{b} = \vec{a} + \vec{c}$: اثبت أن : $\vec{b} = \vec{a} + \vec{c}$.

كـ [٢٦] إذا كان : $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ شكل رباعي فيه $\vec{a} \parallel \vec{c}$ ، $\vec{b} = \vec{a} + \vec{c}$.

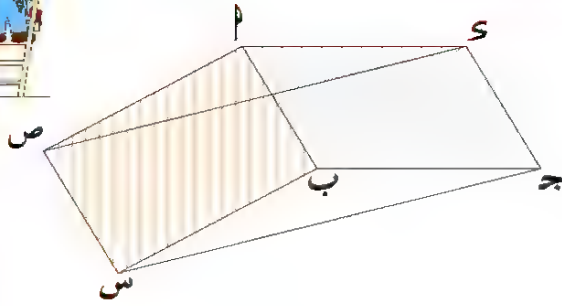
$$\vec{a} = \vec{b} + \vec{c} \quad \text{اثبت أن : } \vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$$

كـ [٢٦] حاول أن تحل : $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ شكل رباعي فيه : $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$: اثبت أن :

$$\vec{a} = \vec{b} + \vec{c} \quad \text{①} \quad \vec{a} = \vec{b} + \vec{c} \quad \text{②}$$

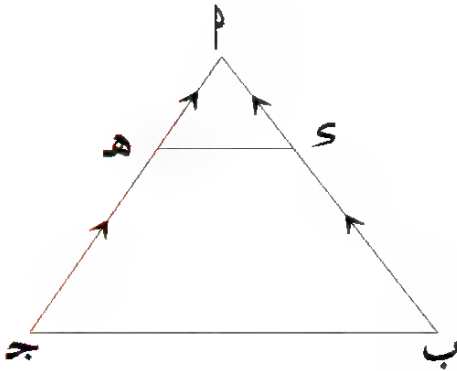
تارين (٤) على تطبيقات على المتجهات

[١] في الشكل المقابل :

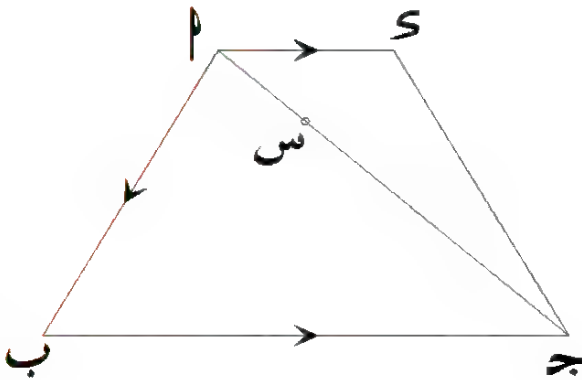


م ب ج د ، م ب س ص متوازي أضلاع . باستخدام المتجهات
اثبت أن : الشكل ج س ص د هو متوازي أضلاع .

[٢] في الشكل المقابل :



م ب ج مثلث فيه ، $\overrightarrow{PS} \parallel \overrightarrow{PB}$ ، $\overrightarrow{PS} \parallel \overrightarrow{BS}$.
 $\overrightarrow{PS} = \overrightarrow{PB}$ ، $\overrightarrow{PS} = \overrightarrow{BS}$ ، $\overrightarrow{PS} = \overrightarrow{PB}$ ،
 $\overrightarrow{PS} = \overrightarrow{BS}$ أوجد \overrightarrow{PB} بدلالة \overrightarrow{PS} ،
ثم برهنه أن : $\overrightarrow{PB} \parallel \overrightarrow{BS}$

[٣] م ب ج د شبه منحرف فيه ، $\overrightarrow{PS} \parallel \overrightarrow{PB}$ ، $\overrightarrow{PS} = \overrightarrow{PB}$ ،

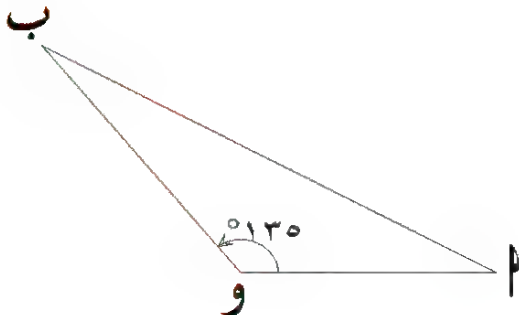
، $\overrightarrow{PS} = \overrightarrow{PB}$ ، $\overrightarrow{PS} = \overrightarrow{BD}$ ،

أولاً : عبر بدلالة : \overrightarrow{PS} ، \overrightarrow{PB} ، \overrightarrow{BD} ،
 \overrightarrow{PS} ، \overrightarrow{PB} ، \overrightarrow{BD} ،

ثانياً : إذا كانت : $\overrightarrow{PS} \parallel \overrightarrow{PB}$ حيث $\overrightarrow{PS} = \frac{1}{3} \overrightarrow{PB}$

اثبت أن : النقط م ، س ، ج تقع على استقامة واحدة .

[٤] في الشكل المقابل :



و م ب مثلث فيه : $\overrightarrow{PO} = \overrightarrow{PB}$ ،

، $\overrightarrow{PO} = \overrightarrow{PB}$ ، $\overrightarrow{PO} = \overrightarrow{PB}$ ،

أوجد باستخدام المتجهات طول \overrightarrow{PB}



[١٤] تتحرك سيارة على طريق مستقيم بسرعة ٩٠ كم/س . إذا تحركت دراجة بخارية بسرعة ٤٠ كم/س على نفس الطريق . فأوجد سرعة الدراجة البخارية بالنسبة للسيارة عندما يتحركان في نفس الاتجاه .

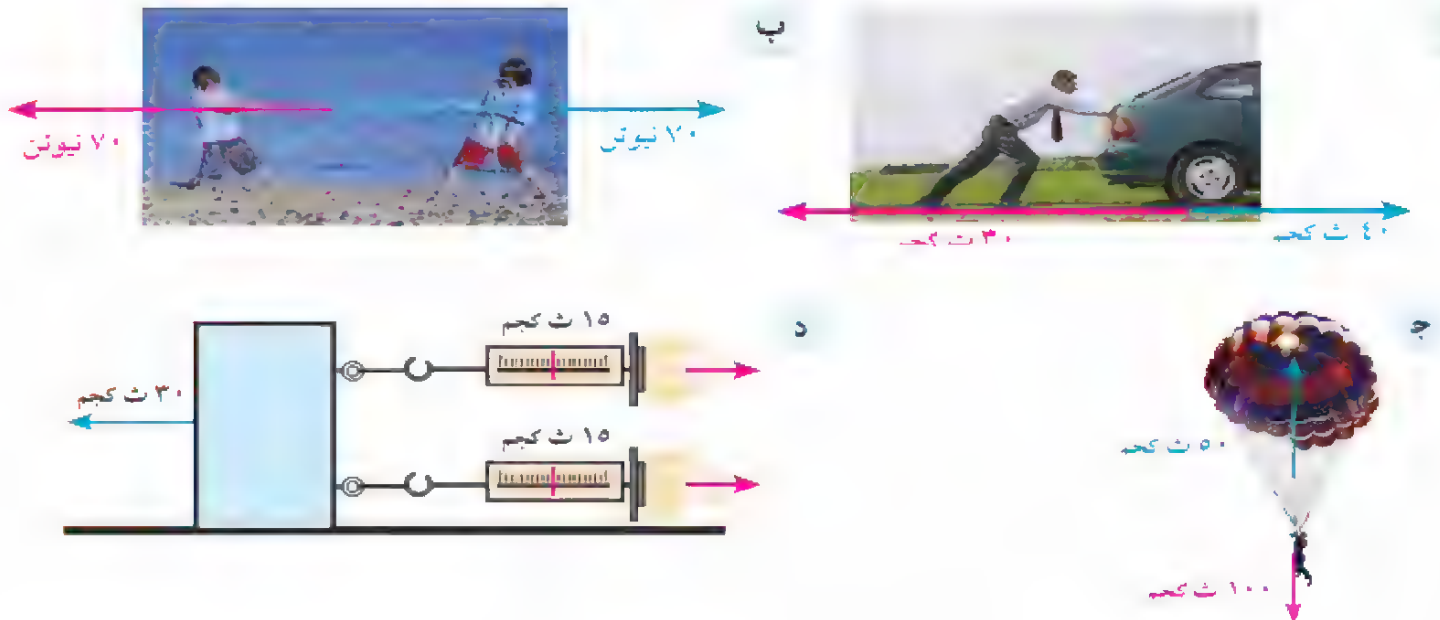
★ **[١٥]** تتحرك سيارتيه م ، ب على طريق مستقيم بالسرعتين ٦٠ كم/س ، ٩٠ كم/س وفي اتجاه ب م أوجد

١ سرعة ب بالنسبة إلى م ٢ سرعة م بالنسبة ل ب

★ **[١٦]** تتحرك سيارة على طريق مستقيم بسرعة ٦٠ كم/س فإذا تحركت على نفس الطريق دراجة بخارية بسرعة ٥٠ كم/س أوجد سرعة الدراجة بالنسبة للسيارة في كل من الحالتين الآتيتين ١ الدراجة و السيارة تتحركان في وجهة واحدة ٢ الدراجة تتحرك في وجهة مضادة لوجهة السيارة [١٥ كم/س ، ١٥ كم/س نحو السيارة]

[١٧] تتحرك سيارة لمراقبة السرعة على أحد الطرق الصحراوية بسرعة ٤٠ كم/س . راقبت سيارة شاحنة قادمة في الاتجاه المضاد فبدت لها وكأنها متحركة بسرعة ٣٥ كم/س . فإذا كانت أقصى سرعة مسموح بها على هذا الطريق ١٠٠ كم/س . هل الشاحنة القادمة مخالفة للسرعة المقررة أم لا ؟ فسر إجابتك

[١٨] أوجد محصلة القوى المؤثرة في كل مما يأتي :



تارين عامة

ك [1] في نظام إحداثي متعامد نقطة الأصل فيه $O(0,0)$ عين النقط $M(-4, 0)$

ب $(0, -3)$ ، ج $(3, 1)$ ، د $(2, 1)$ ثم أوجد :

- متجه الموضع بالنسبة لنقطة الأصل O لكل من النقط M ، ب ، ج بدلالة متجهي الوحدة الأساسيين.
- متجه الموضع للنقطة د بالنسبة لنقطة الأصل O بالصورة القطبية .
- معيار القطعة المستقيمة الموجهة \vec{MP} . $\textcircled{4}$ قيمة ك التي تجعل $\vec{MK} = \vec{CP}$.

ك [2] أوجد بدلالة متجهي الوحدة الأساسيين المتجه الذي يعبر عنه :

- قوة مقداها ٢٠ نيوتن تؤثر على جسم ، وتعمل في اتجاه الشمال .
- إزاحة جسم مسافة ٥٠ سم في اتجاه 30° شمال الغرب .
- السرعة المنتظمة لسيارة تقطع مسافة ٧٠ كم/س في اتجاه الغرب .

ك [2] إذا كان $\vec{a} = (4, -6)$ ، $\vec{b} = (-6, 9)$ ، $\vec{c} = (-3, 2)$ =

- اثبت أن : $\vec{a} \parallel \vec{b}$ ، $\vec{a} \perp \vec{c}$ ، $\vec{b} \perp \vec{c}$
- أوجد : $2\vec{a} + \vec{b}$ ، $\vec{b} - 2\vec{c}$ ، $\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b} - 3\vec{c}$

ك [3] في المثلث ABC ، $\vec{AB} = \vec{a}$ ، $\vec{BC} = \vec{b}$ ، $\vec{CA} = \vec{c}$ حيث $a : b : c = 3 : 2 : 1$

اثبت أن : $2\vec{a} + \vec{b} + 3\vec{c} = \vec{0}$

ك [5] إذا كان : M ب ج د متوازي أضلاع حيث $M(2, 2)$ ، $B(4, -2)$ ، $D(4, -2)$

ج $(2, 3)$ أوجد إحداثي نقطة د .

ك [6] في مستوى إحداثي متعامد ، $\vec{a} = (-2, 3)$ ، $\vec{b} = (-6, 4)$ =

- أوجد $\vec{a} + \vec{b}$ ، $(6, 11)$ إحداثي كل من النقط M ، ب ، ج
- مساحة سطح المثلث ABC (باستخدام المتجهات)

اختبار الوحدة

❧ [1] في مستوى إحداثي متعامد ، نقطة الأصل و (٠ ، ٠) إذا كانت : $\vec{p} = (١ ، - ٤)$

ب (٤ ، ٠) ، ج (٢ ، ١) ، د (١ ، ٥)

① أوجد $\vec{p} \parallel \vec{b}$ ، $\vec{p} \parallel \vec{c}$ ، $\vec{p} \parallel \vec{d}$ ، أثبت أنه : $\vec{p} \perp \vec{b}$ تكافئ جـ

③ إذا كانت \vec{b} جـ تكافئ هـ أوجد إحداثي هـ .

❧ [2] إذا كان : $\vec{p} = (١ ، ٤)$ ، $\vec{b} = (- ١ ، ٦)$ ، $\vec{c} = (١ ، ١٢)$

① أوجد بدلالة متجهي الوحدة الأساسيين كلامه : $\vec{b} - \vec{c}$ ، $\frac{1}{2} (\vec{b} + \vec{c})$

② عبّر عن المتجه ج بدلالة المتجهين \vec{b} ، \vec{p}

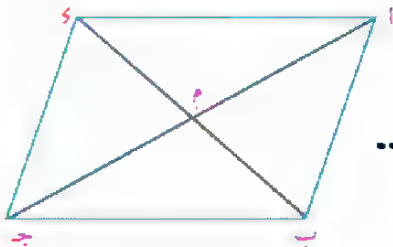
❧ [3] إذا كانت $\vec{m} = \vec{s} + \vec{r}$ ، $\vec{m} = \vec{o} - \vec{s}$ ، $\vec{m} = \vec{o} - \vec{s}$

، $\vec{m} = \vec{p} + \vec{s}$ ، $\vec{m} = \vec{q} - \vec{s}$ ، $\vec{m} = \vec{b} + \vec{s}$

① أثبت أنه : $\vec{m} \parallel \vec{o}$ ② أوجد $\vec{p} \in \vec{c}$ إذا كان $\vec{m} \parallel \vec{c}$

③ أوجد $\vec{b} \in \vec{c}$ إذا كان $\vec{q} \perp \vec{o}$ ④ هل $\vec{q} \perp \vec{m}$ ؟ فسر إجابتك .

❧ [4] في الشكل المقابل : \vec{p} ب جـ متوازي أضلاع م نقطة تقاطع قطريه أكمل :



② = $\vec{p} + \vec{r}$

① = $\vec{p} + \vec{b}$

④ = $\vec{p} + \vec{r}$

③ = $\vec{p} + \vec{c}$

⑥ = $\vec{p} - \vec{b}$

⑤ = $\vec{p} + \vec{r}$

❧ [5] إذا كان : $\vec{p} = (١ ، - ٤)$ ، $\vec{m} = (٢ ، ٣)$ ، $\vec{c} = (- ١ ، ١٥)$

، أوجد قيمتي ل ، م إذا كان : $\vec{c} = \vec{p} - \vec{m}$

❧ [6] \vec{p} ب جـ مستطيل حيث $\vec{p} = (- ١ ، ٢)$ ، $\vec{b} = (٥ ، ١)$ ، $\vec{c} = (٣ ، ٩)$

أوجد : ① قيمة ك ② إحداثي نقطة د

اختبار تراكمي

١ اختار الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

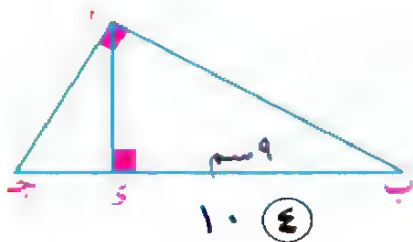
١ ميل المستقيم المار بالنقطتين $P(3, 4)$ ، $Q(1, -2)$ يساوي

- ١ - ٢ (٢) ٢ (٣) $\frac{1}{2}$ (٤) $-\frac{1}{2}$

٢ في المثلث ABC : $\angle C = 90^\circ$ ، جتا $B = 0.6$ فإن $\sin A$ يساوي

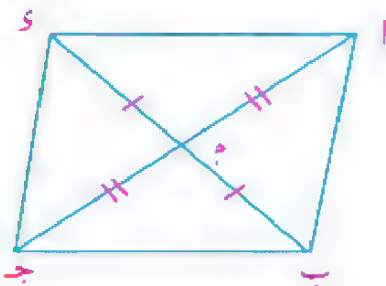
- ١ ٠.٤ (٢) $\frac{3}{4}$ (٣) $\frac{4}{3}$ (٤) $-\frac{4}{3}$

٣ في الشكل المقابل :

١ $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{BC}$ ، $\sin A = \frac{1}{2}$ فإن P يساوي

- ١ $\sqrt{2}$ (٢) $\sqrt{3}$ (٣) $\sqrt{4}$ (٤) $\sqrt{10}$

٤ في الشكل المقابل :

جميع العبارات التالية تعبر عن \overrightarrow{AB} عدا العبارة

- ١ $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}$ (٢) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$
٣ $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$ (٤) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC}$

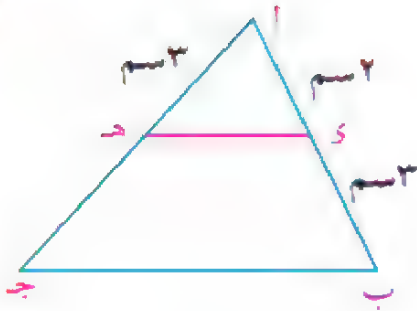
٤ المتجه $\vec{u} = (\sqrt{12}, \frac{\pi}{4})$ يعبر عنه بدلالة متجهي الوحدة الأساسيين بالصورة

- ١ $\vec{u} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2$ (٢) $\vec{u} = \vec{e}_1 - \vec{e}_2$
٣ $\vec{u} = -\vec{e}_1 - \vec{e}_2$ (٤) $\vec{u} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2$

٢ [٢] P ب ج د شكل رباعي ، إذا كان : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA}$ اثبت أن : P ب ج د متوازي أضلاع

ك [٣] $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$. أثبت أن : $\vec{a} = -\vec{b} - \vec{c}$ ، $\vec{b} = -\vec{a} - \vec{c}$ ، $\vec{c} = -\vec{a} - \vec{b}$

ك [٤] في الشكل المقابل :



أوجد قيم \vec{a} ، \vec{b} ، \vec{c} ، \vec{d} ، \vec{e} ، \vec{f} إذا كان :

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \vec{a} + \vec{b} &= \vec{c} & \textcircled{2} \vec{a} + \vec{b} &= \vec{d} \\ \textcircled{3} \vec{a} + \vec{b} &= \vec{e} & \textcircled{4} \vec{a} + \vec{b} &= \vec{f} \end{aligned}$$

ك [٥] إذا كان : $\vec{a} = (2, -1, 3)$ ، $\vec{b} = (1, 2, 7)$ ، أوجد :

$$\textcircled{1} \vec{a} + \vec{b} \quad \textcircled{2} \vec{a} - \vec{b} \quad \textcircled{3} \vec{a} - \vec{b}$$

ك [٦] في مستوى إحداثي متعامد ، نقطة الأصل $O(0, 0, 0)$ ، إذا كان $A(1, -1, 4)$ ،

$$B(1, 1, 1) ، C(6, -1, 1)$$

١ أوجد كل من \vec{a} ، \vec{b} ، \vec{c} بدلالة متجهي الوحدة الأساسيين .

٢ أثبت أن : $\vec{a} \perp \vec{b}$.

ك [٧] في مستوى إحداثي متعامد ، إذا كان : $\vec{a} = (2, -3, 1)$ ، $\vec{b} = (1, 2, 3)$ ،

$$\vec{c} = (4, 3, 1) ، \vec{d} = (1, 2, 3) ، \vec{e} = (2, 3, 1)$$

أوجد \vec{a} في الصورة القطبية حيث $\vec{a} = \vec{a}_1 \vec{i} + \vec{a}_2 \vec{j} + \vec{a}_3 \vec{k}$

ك [٨] باستخدام المتجهات أثبت أن : النقط $A(1, 0, 5)$ ، $B(7, 2, 1)$ ، $C(4, -1, 4)$

، $D(-1, 1, 2)$ هي رؤوس مربع ، وأوجد مساحته .

تارين (٥) على التقسيم

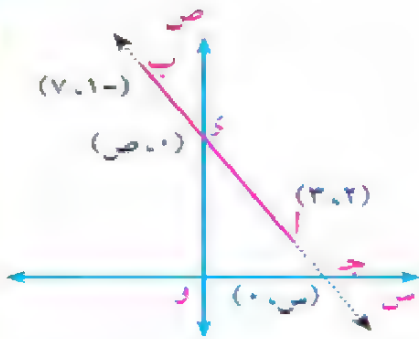
١١] أكمل كلاهما يأتي بالإجابة الصحيحة :

- ١ \overline{AB} قطر في دائرة M إذا كانت $M(3, -1)$ ، هي نقطة الأصل فان إحداثي نقطة B
- ٢ M ب ج مثلث فيه $M(1, 0)$ ، $B(0, 3)$ ، ج $(3, 2)$ فان نقطة تلاقي متوسطاته هي
- ٣ إذا كانت $M(1, 4)$ ، $B(3, -1)$ وكانت ج منتصف \overline{AB} حيث ج $(3, 5)$ فان $5 = \dots$ ، $4 = \dots$
- ٤ إذا كانت ج $(6, 2)$ منتصف \overline{AB} حيث $M(5, 3)$ فان $B = \dots$
- ٥ إحداثي نقطة منتصف \overline{AB} هي حيث $M(4, 1)$ ، $B(2, -4)$
- ٦ إذا كانت ج منتصف \overline{AB} حيث $M(3, 4)$ ، $B(1, 6)$. فان إحداثي ج =
- ٧ إذا كانت M ، متوسط في Δ M ب ج حيث $M(1, 2)$ ، $4 = (4, -4)$ فان نقطة تلاقي متوسطات Δ M ب ج هي (..... ،)
- ٨ نقطة تلاقي متوسطات المثلث M و B حيث و نقطة الأصل ، $M(0, 6)$ ، $B(6, -0)$ هي
- ٩ إذا كانت ج ، قطر في دائرة مركزها M حيث $M(3, 0)$ ، ج $(2, 1)$ فان إحداثي $4 = \dots$
- ١٠ النقطة التي تقسم \overline{AB} من الداخل بنسبة $1 : 1$ حيث $M(0, 8)$ ، $B(6, 0)$ هي
- ١١ إذا كانت نقطة الأصل منتصف \overline{AB} حيث $M(-3, 2)$ فان إحداثي نقطة $B = \dots$
- ١٢ إذا كان ج منتصف \overline{AB} ، ج $(5, 2)$ ، $M(1 + 5, 0)$ ، $B(2 - 3, 1 - 1)$ فان $5 = \dots$
- ١٣ إذا كانت $M(4, -4)$ ، $B(5, -8)$ ، ج $\exists \overline{AB}$ بحيث ج : $B = 1 : 2$ فان ج =
- ١٤ إذا كانت M ، متوسط في Δ M ب ج فيه $M(1, 2)$ ، $4 = (4, -4)$ فان نقطة تلاقي متوسطات Δ M ب ج هي (..... ،)
- ١٥ إذا كانت : $M(-3, 4)$ ، $B(6, -8)$ فان محور السينات يقسم \overline{AB} بنسبة ... : ... من الداخل
- ١٦ إذا كانت : $M(-2, 3)$ ، $B(-4, 0)$ ، \overline{AB} يقطع محور الصادات في ج فان ج تقسم \overline{AB} بنسبة ... : ... من الخارج

٢) في الشكل المقابل :

إذا كانت $M(3, 2)$ ، $B(1, -7)$ ، J ، S نقطتان تقعان على محوري الإحداثيات

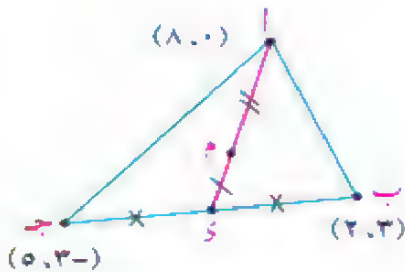
- ١) J تقسم \overline{MB} من ونسبة التقسيم هي :
- ٢) S تقسم \overline{MB} من ونسبة التقسيم هي :
- ٣) إحداثيات نقطة J هي ٤) إحداثيات نقطة S هي



٣) في الشكل المقابل :

M و S متوسط في $\triangle MBJ$ ، S نقطة تلاقي المتوسطات

حيث $M(8, 0)$ ، $B(3, 2)$ ، $J(0, 3)$ ، S أوجد إحداثيات نقطة S ١) إحداثيات نقطة M ٢)



٤) إذا كانت : $M \ni$ محور السينات ، $B \ni$ محور الصادات ، $J(3, 4)$ منتصف \overline{MB} فأوجد إحداثيات كل من M ، B « (٦، ٠) ، (٠، ٨) »

٥) النقط $M(4, 8)$ ، $B(2, 4)$ ، $J(1, 2)$ أثبت أنها ثلاث رؤوس مستطيل M ب ج د . أوجد إحداثيات S

٦) M ب ج د متوازي أضلاع ، S نقطة تلاقي قطريه فإذا كانت $M(0, 3)$ ، $B(1, 7)$ ، $S(1, 1)$ أوجد إحداثيات كل من J ، D واحسب طول القطر \overline{BD} « (١٢، ٠) ، (٠، ١) ، (٣، ٥) »

٧) $M(7, 2)$ ، $B(5, 4)$ ، $J(1, 0)$ رؤوس متوازي أضلاع أثبت أن : إحداثيات الرأس الرابعة $S(5, 3)$ تحقق العلاقة $5 = 13 + 3 + 5$

٨) إذا كانت $M(5, 0)$ ، $B(2, 4)$ أوجد إحداثيات النقطة J التي تقسم \overline{MB} من بنسبة ٤ : ٣ « (٤، ١) »

٩ إذا كانت $M(1, 3)$ ، $B(0, 2)$ أوجد إحداثيات النقطة ج التي تقسم \overline{MB} من الداخل ٢ : ٣

١٠ إذا كانت $M(3, 0)$ ، $B(6, 3)$ فأوجد إحداثيات النقطة ج التي تقسم \overline{MB} من الداخل بنسبة ١ : ٢

١١ إذا كانت $M(5, 2)$ ، $B(1, 7)$ أوجد إحداثيات النقطة ج التي تقسم \overline{MB} من الخارج بنسبة ٣ : ٢

« (١٧، ١٣) »

١٢ M ، B ، ج هي $(0, 2)$ ، $(1, 1)$ ، $(3, 2)$ على الترتيب أوجد إحداثيات كل من

- النقطة د التي تقسم \overline{MB} من الداخل بنسبة ٢ : ١
- النقطة هـ التي تقسم \overline{MB} من الخارج بنسبة ٣ : ١

« (١٠، ٠) ، (٢، ٤) »

١٣ إذا كان $M(7, 0)$ ، $B(0, 7)$ أوجد إحداثيات النقط التي تقسم القطعة \overline{MB} إلى أربع قطع متساوية في الطول

« (٤، ٢) ، (١، ١) ، (٢، ٤) »

١٤ إذا كانت $M(1, 2)$ ، $B(2, 1)$ فأوجد إحداثيات النقطة ج $\ni \overline{MB}$ ج ، $\nexists \overline{MB}$ بحيث بعدها عنه M أربعة أمثال بعدها عنه B

« (٢، ٣) »

١٥ إذا كانت $M(1, 8)$ ، $B(1, 4)$ أوجد إحداثيات النقطتين اللتين تقسمان \overline{MB} إلى ثلاث قطع متساوية في الطول

« (٢، ٥) ، (٣، ٢) »

١٦ أوجد إحداثيات النقطة ج التي تقع عند خمس المسافة من النقطة $M(1, 1)$ إلى النقطة $B(4, 9)$

« (٠، ١) »

١٧ إذا كانت $M(8, 4)$ ، $B(1, 2)$ فأوجد إحداثيات النقطتين اللتين تقسمان \overline{MB} إلى ثلاث أجزاء متساوية في الطول

❖ (١٨) إذا كانت $M(7, 4)$ ، $B(2, 2)$ ، $J(0, 0)$ ، تقسم \overline{MB} من الداخل بنسبة ١ : ٢ أوجد طول \overline{JN}

« ٥٦ »

❖ (١٩) إذا كانت $J \in \overline{MB}$ ، $J \neq \overline{MB}$ وكانت $M(1, 3)$ ، $B(2, 4)$ وكان $MJ = 2$ أوجد إحداثيات نقطة J

❖ (٢٠) إذا كانت $M(3, 1)$ ، $B(2, 4)$ أوجد إحداثيات النقطة J إذا كانت $J \in \overline{MB}$ بحيث $3MJ = 2JB$

❖ (٢١) إذا كانت $M(3, 2)$ ، $J(4, 1)$ ، $J \in \overline{MB}$ بحيث أن $2JB = MJ$ أوجد إحداثيات النقطة B

« (١٨٠٧) »

❖ (٢٢) إذا كانت النقط $M(3, 4)$ ، $B(1, 3)$ ، $J(1, 3)$ على استقامة واحدة $J \in \overline{MB}$ ، $\frac{MJ}{JB} = \frac{2}{3}$ أوجد قيمة 3 ، 4

« ٧-٢-٥ »

❖ (٢٣) إذا كانت $M(3, 4)$ ، $B(2, 3)$ فأوجد إحداثيات النقطة J التي تقسم \overline{MB} ، $J \in \overline{MB}$ إذا كان : ١ $2MJ = JB$ ٢ $0MJ = JB$ ٣ $3MJ = JB$ ٤ $0MJ = JB$

❖ (٢٤) إذا كانت $M(2, 1)$ ، $B(0, 3)$ ، $J \in \overline{MB}$ بحيث $3MJ = JB$ أوجد إحداثيات النقطة J التي تقسم \overline{MB} إذا كان : ١ التقسيم من الداخل ٢ التقسيم من الخارج

« (١١٠١٩) ، (١٠٤٠٢٠٢) »

❖ (٢٥) أوجد نقطة تلاقي متوسطات المثلث MJB حيث $M(2, 7)$ ، $B(6, 3)$ ، $J(0, 1)$

« (٣٠١) »



[٢٦] النقطة م (٢، ١) هي نقطة تلاقي متوسطات المثلث م ب ج فإذا كانت م (٥، ٠) ، $\overrightarrow{MB} = ٤ - ٠$ ، $\overrightarrow{MC} = ٢ - ١$ ، فما إحداثي نقطة ج .

[٢٧] إذا كانت : م ، ب ، ج ثلاث نقط تقع على استقامة واحدة حيث : م (٢، ٥) ، ب (٥، ٢) ، ج (٤، ص) . أوجد النسبة التي تقسم بها النقطة ج القطعة المستقيمة الموجهة \overrightarrow{MB} ميئانا نوع التقسيم ، ثم أوجد قيمة ص .

[٢٨] إذا كانت م (٤، ٣) ، ب (٨، ٦) ، ج $\exists \overrightarrow{MB}$ حيث ج (٥، ٠) ، فأوجد النسبة التي تقسم بها \overrightarrow{MB} بالنقطة ج ميئانا نوع التقسيم ، ثم أوجد قيمة ص .

[٢٩] إذا كانت : م (٣، ٢) ، ب (٢، ٣) ، ج (٣، ٢) فأوجد النسبة التي تقسم بها النقطة ج (٨، ٧) القطعة \overrightarrow{MB} ميئانا نوع التقسيم

« ١ : ٢ منه الخارج »

[٣٠] أوجد النسبة التي يقسم بها محور الصادات القطعة المستقيمة \overrightarrow{MB} حيث م (٢، ٣) ، ب (٣، ٧) ميئانا نوع التقسيم وأوجد نقطة التقسيم

« $\frac{٢}{٣}$ منه الداخل ، $(٠، \frac{٢٣}{٥})$ »

[٣١] إذا كانت : م (٢، ٣) ، ب (٤، ٢) فأوجد النسبة التي يقسم بها محور السينات القطعة المستقيمة \overrightarrow{MB} ميئانا نوع التقسيم وأوجد نقطة التقسيم

« $\frac{٣}{٢}$ منه الداخل ، $(٠، \frac{٨}{٥})$ »

[٣٢] أثبت أن النقط م (١، ٣) ، ب (٣، ٥) ، ج (٥، ١٣) تقع على استقامة واحدة ثم أوجد النسبة التي تقسم بها القطعة \overrightarrow{MB} بالنقطة ج ميئانا نوع التقسيم

« ٢ : ١ منه الخارج »

[٣٣] م (٨، ٣) ، ب (٦، ٤) فإذا كانت ج نقطة تقاطع \overrightarrow{MB} مع محور السينات فأوجد النسبة م ج : ج ب

« ٣ : ٤ منه الداخل »

[٣٤] إذا كانت $M(2, 4)$ ، $B(1, -3)$ وكانت القطعة \overline{MB} تقطع المحور السيني والصادي في ج ، ه على الترتيب أوجد النسبة التي تنقسم بها \overline{MB} بك ه ج ، ه مينا نوع التقسيم « $1:2$ ، $3:4$ »

[٣٥] إذا كانت $M \in$ محور السينات ، $B \in$ محور الصادات ، النقطة ج $(7, -3)$ هي منتصف \overline{MB} أوجد إحداثي ك ه م ، ب « $(-6, 0)$ ، $(0, 14)$ »

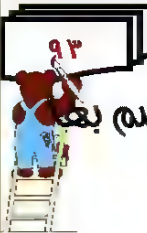
[٣٦] $M(2, 5)$ ، $B(5, 2)$ ، ج $(4, 4)$ وكانت M ، ب ، ج تنتمي لمستقيم واحد ، أوجد النسبة التي تنقسم بها النقطة ج القطعة \overline{MB} مينا نوع التقسيم ثم أوجد قيمة ص « $3, 1:2$ »

[٣٧] $M(2, 2)$ ، $B(5, 6)$ ، ج $(10, -4)$ رؤوس مثلث ، $B \in \overline{MB}$ بحيث $M : B = ج : ه$ ، ج أوجد إحداثي نقطة ه « $(\frac{8}{3}, \frac{2}{3})$ »

[٣٨] M ، ب ج ، متوازي أضلاع رؤوسه M ، ب ، ج هي النقط $(2, 3)$ ، $(5, 1)$ ، $(6, 7)$ ، ج $(7, 1)$ على الترتيب أوجد إحداثي نقطة ه ثم أوجد النسبة التي يقسم بها محور الصادات القطعة \overline{MB} مينا نوع التقسيم « $(9, 3)$ ، $1:2$ ه الخارج »

[٣٩] M ، ب ج مثلث رؤوسه هي $M(7, 4)$ ، $B(8, 1)$ ، ج $(2, 7)$ فإذا كانت ه تقسم \overline{MB} ه الداخل بنسبة $1:2$ ، رسم ه // \overline{MB} حيث ه $\cap \overline{MB}$ أوجد إحداثي ه ، ه « $(3, 2)$ ، $(5, 4)$ »

[٤٠] إذا كانت $M(5, 2)$ ، $B(3, 1)$ فأوجد النسبة التي تنقسم بها القطعة المستقيمة \overline{MB} بك ه نقطتي تقاطع \overleftrightarrow{MB} مع محوري الإحداثيات مينا نوع التقسيم « $1:2$ ه الخارج ، $3:5$ ه الداخل »



﴿٢١﴾ إذا كانت ج ، ، نقطتي تقاطع \overleftrightarrow{AB} مع محوري الإحداثيات فأوجد النسبة التي تقسم بها كل من ج ، ، القطعة المستقيمة \overline{AB} ميينا نوع التقسيم ، علماً بأن :

﴿ ٧ : ٥ ، ٣ : ٢ ﴾ ب ، ﴿ ٣ : ٢ ، ١ : ٤ ﴾ م

﴿ ٧ : ٥ ، ٣ : ٢ ﴾ م ، ﴿ ٣ : ٢ ، ١ : ٤ ﴾ م

﴿٢٢﴾ أثبت أن : النقط $M(1, 4)$ ، $B(3, 2)$ ، $J(3, 16)$ تقع على استقامة واحدة ثم أوجد :

- ١ النسبة التي تقسم بها M القطعة المستقيمة \overline{BJ} ، ميينا نوع التقسيم « ١ : ٢ من الداخل »
 - ٢ النسبة التي تقسم بها B القطعة المستقيمة \overline{JM} ، ميينا نوع التقسيم « ٣ : ١ من الخارج »
 - ٣ النسبة التي تقسم بها J القطعة المستقيمة \overline{MB} ، ميينا نوع التقسيم « ٢ : ٣ من الخارج »
- ﴿٢٣﴾ $M(7, 1)$ ، $B(4, 2)$ ، $J(2, 4)$ أثبت أن النقط M ، B ، J على استقامة واحدة ثم أوجد : ١ النسبة التي تنقسم بها \overline{MB} بنقط ج « ٢ : ٥ »

٢ النسبة التي تنقسم بها \overline{MJ} بالنقطة ب « ٢ : ٣ »

٣ النسبة التي تنقسم بها \overline{JB} بالنقطة م « ٣ : ٥ » ميينا نوع التقسيم في كل حالة

﴿٢٤﴾ إذا كانت : $M(2, 2)$ ، $B(5, 6)$ ، $J(10, 4)$ هي رؤوس مثلث

، $\exists \overline{BJ}$ بحيث ب ، ، ج ، $M = B$: M ج أوجد إحداثي نقطة ، « $(\frac{8}{3}, \frac{20}{3})$ »

﴿٢٥﴾ تتحرك سيارة نقل ركاب في طريقها من المدينة م الى المدينة ب (٥ ، - ٦)

، ب (١ - ، ٠) وتوقفت مرتين أثناء سيرها . أوجد إحداثيات النقطتين التي توقفت عندهما

السيارة إذا كانت : ١ توقفت في منتصف الطريق ٢ توقفت في ثلثي الطريق من جهة النقطة م .

تارين (٦) على معادلة الخط المستقيم

[١] أكمل الجمل الآتية لتصبح عبارات صحيحة

١ ميل المستقيم امار بالنقطتين (٢ ، ١) ، (١ ، ٢) يساوى

٢ ميل المستقيم الذى معادلته $ص ٢ + س ٣ =$ يساوى

٣ المعادلة المتجهة للمستقيم الذى يمر بنقطة الأصل والنقطة (٢ ، ١) هي

٤ المعادلة المتجهة للمستقيم الذى يمر بالنقطة (٣ ، ٥) ويوازي محور السينات هي

٥ ميل المستقيم الذى معادلته $س = ١ + ك$ ، $ص = ٢ - ٣ ك$ يساوى٦ إذا كان ميل مستقيم $\frac{٣}{٤}$ فإن ميل أى مستقيم يوازيه يساوى

٧ المعادلة الكارتيزية للمستقيم امار بالنقطة (٢ - ، ٧) ويوازي محور الصادات هي

٨ المستقيم الذى معادلته $ص = ٢ س + ١$ يكون (.... ،) متجه اتجاه له

٩ المعادلة الموجهة للمستقيم امار بالنقطة (٢ - ، ٣) ويوازي محور السينات هي

١٠ المعادلة الموجهة للمستقيم امار بنقطة الأصل ويوازي المتجه $م = (١ ، ١ -)$ هي١١ المعادلة المتماثلة للمستقيم : $\overrightarrow{= (٢ ، ٢) + ك (١ ، ١)}$ هي١٢ المعادلة الموجهة للمستقيم : $ص = ٣ -$ هي١٣ المعادلتان الوسيطيتان للمعادلة : $ص - س =$ هما١٤ إذا توازى المستقيم امار بالنقطتين (٣ ، ٠) ، (٢ ، ٠) والمستقيم $ص = ٣ س - ٣$ فإن $٣ =$ ١٥ معادلة المستقيم الذى يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٤٥°

ويقطع جزءا موجبا قدره ٥ وحدات مع محور الصادات هي

١٦ ميل المستقيم الذى معادلته $\overrightarrow{= (٣ ، ٢) + ك (٢ - ، ٠)}$ يساوى

١٧ المعادلة الكارتيزية للمستقيم الذى يقطع مع المحورين السيني والصادي جزأيه موجبيين

مقاديرهما ٢ ، ٣ على الترتيب هي

١٨ ميل المستقيم الذى معادلته $\overrightarrow{= (٣ ، ٢) + ك (٢ - ، ٠)}$ يساوى١٩ مساحة المثلث المحدد بحور السينات ومحور الصادات والمستقيم $ص = ٣ + ٦$ تساوى

[٢] بين أي العلاقات التالية تمثل بخط مستقيم

$$١ \quad ٣ - ٥ = ٢ \quad ٢ \quad ١ + \sqrt{٣} = ٥ \quad ٣ \quad ٢ = ٥$$

$$٤ \quad ٥ = \sqrt{٢} - ٣ \quad ٥ \quad ٢ = \frac{١}{٣} + ٥ \quad ٦ \quad ١ = \frac{٥}{٢} - \frac{٣}{٣}$$

[٣] إذا كانت : $٣ - ٢$ ، $٥ - ٦$ ، $١ - ٢$ ج

فأوجد ميل كل من المستقيمات الآتية : $٣ - ٢$ ، $٥ - ٦$ ، $١ - ٢$

[٤] حاول أن تحل :

أوجد ميل الخط المستقيم اطار بروج من النقط التالية ، وبين أي من هذه المستقيمات متوازية وأيها متعامد :

$$١ \quad (٥ - ٢) ، (١ - ٣) \quad ٢ \quad (١ - ٢) ، (٥ - ٤) \quad ٣ \quad (١ - ٧) ، (٣ - ٣) \quad ٤ \quad (٢ - ٥) ، (٣ - ١)$$

[٥] إذا كانت معادلتا المستقيمين ١ ، ٢ هما على الترتيب :

$$١ \quad ٢ - ٣ + ٥ = ١ \quad ٢ \quad ٣ + ٥ - ٦ = ٠ \quad \text{فأوجد :}$$

١ ميل المستقيم ١ ، ٢ قيمة ٦ التي تجعل ١ ، ٢ متوازيين

٣ قيمة ٦ التي تجعل ١ ، ٢ متعامدين ، ٤ إذا كانت النقطة $(٣ ، ١)$ تمر بالمستقيم ١ ، فأوجد قيمة ٦

[٦] إذا كان المستقيم $٣ - ٥ + ٢ = ٠$ يصنع زاوية ظلها ٧٠° مع

الاتجاه الموجب لمحور السينات فأوجد قيمة ٦

[٧] أوجد المعادلة المتجهة للخط المستقيم الذي ميله $\frac{١}{٣}$ ويمر بالنقطة $(٢ - ١)$

[٨] أوجد المعادلتين البارامتريتين للمستقيم الذي يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور

السينات زاوية قياسها ٤٠° ويمر بالنقطة $(٣ - ٥)$



📖 (٩) اوجد الصورة المختلفة لمعادلة كل من المستقيمات التي يمر بالنقطتين :

$(1, 0), (3, 5)$ ①

$$(v, \cdot), (\cdot, 0) \quad \textcircled{r}$$

$(\varepsilon, \gamma), (1, 3) \text{ (3)}$

(0.0), (0.0) (E)

١٠. اوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٣ ، ١) والممتجه (٣ ، ٢) عمودي عليه

📖 (II) إذا كانت : $p(2, 0)$, $q(1, 2)$, $r(-3, 2)$

ثلاث نقط في المستوى ، فأوجد : ١ المعادلة المتجهة للخط المستقيم

٢ اثبت أن p, q, r تقع على استقامة واحدة .

ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة، علامة (X) أمام العبارة الخطأ مع بيان السبب

۱) المستقيمات : $(0, 2) + 3(\varepsilon, 3) - 4(\varepsilon, 4) = 7 + 3\varepsilon - 4\varepsilon = 7 - \varepsilon$ متوازيات

٢) المستقيمات : $ax + by = 1$ ، $a = 1$ ، $b = 1$ ، $c = -1$ ، $d = 1$ ، $e = 1$ ، $f = -1$ ، $g = 1$ ، $h = 1$ ، $i = -1$ ، $j = 1$ ، $k = 1$ ، $l = -1$ ، $m = 1$ ، $n = 1$ ، $o = -1$ ، $p = 1$ ، $q = 1$ ، $r = -1$ ، $s = 1$ ، $t = 1$ ، $u = -1$ ، $v = 1$ ، $w = 1$ ، $x = -1$ ، $y = 1$ ، $z = 1$ ، $aa = -1$ ، $ab = 1$ ، $ac = 1$ ، $ad = -1$ ، $ae = 1$ ، $af = 1$ ، $ag = -1$ ، $ah = 1$ ، $ai = 1$ ، $aj = -1$ ، $ak = 1$ ، $al = 1$ ، $am = -1$ ، $an = 1$ ، $ao = 1$ ، $ap = -1$ ، $aq = 1$ ، $ar = 1$ ، $as = -1$ ، $at = 1$ ، $au = 1$ ، $av = -1$ ، $aw = 1$ ، $ax = 1$ ، $ay = -1$ ، $az = 1$ ، $ba = 1$ ، $bb = -1$ ، $bc = 1$ ، $bd = -1$ ، $be = 1$ ، $bf = 1$ ، $bg = -1$ ، $bh = 1$ ، $bi = 1$ ، $bj = -1$ ، $bk = 1$ ، $bl = 1$ ، $bm = -1$ ، $bn = 1$ ، $bo = 1$ ، $bp = -1$ ، $bq = 1$ ، $br = 1$ ، $bs = -1$ ، $bt = 1$ ، $bu = 1$ ، $bv = -1$ ، $bw = 1$ ، $bx = 1$ ، $by = -1$ ، $bz = 1$ ، $ca = 1$ ، $cb = -1$ ، $cc = 1$ ، $cd = -1$ ، $ce = 1$ ، $cf = 1$ ، $cg = -1$ ، $ch = 1$ ، $ci = 1$ ، $cj = -1$ ، $ck = 1$ ، $cl = 1$ ، $cm = -1$ ، $cn = 1$ ، $co = 1$ ، $cp = -1$ ، $cq = 1$ ، $cr = 1$ ، $cs = -1$ ، $ct = 1$ ، $cu = 1$ ، $cv = -1$ ، $cw = 1$ ، $cx = 1$ ، $cy = -1$ ، $cz = 1$ ، $da = 1$ ، $db = -1$ ، $dc = 1$ ، $dd = -1$ ، $de = 1$ ، $df = 1$ ، $dg = -1$ ، $dh = 1$ ، $di = 1$ ، $dj = -1$ ، $dk = 1$ ، $dl = 1$ ، $dm = -1$ ، $dn = 1$ ، $do = 1$ ، $dp = -1$ ، $dq = 1$ ، $dr = 1$ ، $ds = -1$ ، $dt = 1$ ، $du = 1$ ، $dv = -1$ ، $dw = 1$ ، $dx = 1$ ، $dy = -1$ ، $dz = 1$ ، $ea = 1$ ، $eb = -1$ ، $ec = 1$ ، $ed = -1$ ، $ee = 1$ ، $ef = 1$ ، $eg = -1$ ، $eh = 1$ ، $ei = 1$ ، $ej = -1$ ، $ek = 1$ ، $el = 1$ ، $em = -1$ ، $en = 1$ ، $eo = 1$ ، $ep = -1$ ، $eq = 1$ ، $er = 1$ ، $es = -1$ ، $et = 1$ ، $eu = 1$ ، $ev = -1$ ، $ew = 1$ ، $ex = 1$ ، $ey = -1$ ، $ez = 1$ ، $fa = 1$ ، $fb = -1$ ، $fc = 1$ ، $fd = -1$ ، $fe = 1$ ، $ff = 1$ ، $fg = -1$ ، $fh = 1$ ، $fi = 1$ ، $fj = -1$ ، $fk = 1$ ، $fl = 1$ ، $fm = -1$ ، $fn = 1$ ، $fo = 1$ ، $fp = -1$ ، $fq = 1$ ، $fr = 1$ ، $fs = -1$ ، $ft = 1$ ، $fu = 1$ ، $fv = -1$ ، $fw = 1$ ، $fx = 1$ ، $fy = -1$ ، $fz = 1$ ، $ga = 1$ ، $gb = -1$ ، $gc = 1$ ، $gd = -1$ ، $ge = 1$ ، $gf = 1$ ، $gg = -1$ ، $gh = 1$ ، $gi = 1$ ، $gj = -1$ ، $gk = 1$ ، $gl = 1$ ، $gm = -1$ ، $gn = 1$ ، $go = 1$ ، $gp = -1$ ، $gq = 1$ ، $gr = 1$ ، $gs = -1$ ، $gt = 1$ ، $gu = 1$ ، $gv = -1$ ، $gw = 1$ ، $gx = 1$ ، $gy = -1$ ، $gz = 1$ ، $ha = 1$ ، $hb = -1$ ، $hc = 1$ ، $hd = -1$ ، $he = 1$ ، $hf = 1$ ، $hg = -1$ ، $hh = 1$ ، $hi = 1$ ، $hj = -1$ ، $hk = 1$ ، $hl = 1$ ، $hm = -1$ ، $hn = 1$ ، $ho = 1$ ، $hp = -1$ ، $hq = 1$ ، $hr = 1$ ، $hs = -1$ ، $ht = 1$ ، $hu = 1$ ، $hv = -1$ ، $hw = 1$ ، $hx = 1$ ، $hy = -1$ ، $hz = 1$ ، $ia = 1$ ، $ib = -1$ ، $ic = 1$ ، $id = -1$ ، $ie = 1$ ، $if = 1$ ، $ig = -1$ ، $ih = 1$ ، $ii = 1$ ، $ij = -1$ ، $ik = 1$ ، $il = 1$ ، $im = -1$ ، $in = 1$ ، $io = 1$ ، $ip = -1$ ، $iq = 1$ ، $ir = 1$ ، $is = -1$ ، $it = 1$ ، $iu = 1$ ، $iv = -1$ ، $iw = 1$ ، $ix = 1$ ، $iy = -1$ ، $iz = 1$ ، $ja = 1$ ، $jb = -1$ ، $jc = 1$ ، $jd = -1$ ، $je = 1$ ، $jf = 1$ ، $jj = -1$ ، $jh = 1$ ، $ji = 1$ ، $jj = -1$ ، $jk = 1$ ، $jl = 1$ ، $jm = -1$ ، $jn = 1$ ، $jo = 1$ ، $jp = -1$ ، $jq = 1$ ، $jr = 1$ ، $js = -1$ ، $jt = 1$ ، $ju = 1$ ، $jv = -1$ ، $jw = 1$ ، $jx = 1$ ، $gy = -1$ ، $jz = 1$ ، $ka = 1$ ، $kb = -1$ ، $kc = 1$ ، $kd = -1$ ، $ke = 1$ ، $kf = 1$ ، $kg = -1$ ، $kh = 1$ ، $ki = 1$ ، $kj = -1$ ، $kk = 1$ ، $kl = 1$ ، $km = -1$ ، $kn = 1$ ، $ko = 1$ ، $kp = -1$ ، $kq = 1$ ، $kr = 1$ ، $ks = -1$ ، $kt = 1$ ، $ku = 1$ ، $kv = -1$ ، $kw = 1$ ، $kx = 1$ ، $ky = -1$ ، $kz = 1$ ، $la = 1$ ، $lb = -1$ ، $lc = 1$ ، $ld = -1$ ، $le = 1$ ، $lf = 1$ ، $lg = -1$ ، $lh = 1$ ، $li = 1$ ، $lj = -1$ ، $lk = 1$ ، $ll = 1$ ، $lm = -1$ ، $ln = 1$ ، $lo = 1$ ، $lp = -1$ ، $lq = 1$ ، $lr = 1$ ، $ls = -1$ ، $lt = 1$ ، $lu = 1$ ، $lv = -1$ ، $lw = 1$ ، $lx = 1$ ، $ly = -1$ ، $lz = 1$ ، $ma = 1$ ، $mb = -1$ ، $mc = 1$ ، $md = -1$ ، $me = 1$ ، $mf = 1$ ، $mg = -1$ ، $mh = 1$ ، $mi = 1$ ، $mj = -1$ ، $mk = 1$ ، $ml = 1$ ، $mm = -1$ ، $mn = 1$ ، $mo = 1$ ، $mp = -1$ ، $mq = 1$ ، $mr = 1$ ، $ms = -1$ ، $mt = 1$ ، $mu = 1$ ، $mv = -1$ ، $mw = 1$ ، $mx = 1$ ، $my = -1$ ، $mz = 1$ ، $na = 1$ ، $nb = -1$ ، $nc = 1$ ، $nd = -1$ ، $ne = 1$ ، $nf = 1$ ، $ng = -1$ ، $nh = 1$

۳) إذا كان $(\varepsilon, 0) = \overleftarrow{\gamma}$ متجه اتجاه مستقيما ما فان قيمة متجه اتجاه اى مستقيم عمودى على $(0, \varepsilon)$

④ المستقيم الذي معادلته $(3, 0) + t(1, -3)$ يصنع زاوية موجبة مع الاتجاه

الموجب لمحور السينات قياسها ١٥٠°

• المستقيم الذي معادلته $ax = 0$ يكون معادلته الموجهة على الصورة

$$\mathcal{C} \ni \mathcal{C}, \text{ حيث } (\cdot, 1)\mathcal{C} + (\infty, 0) = \sqrt{}$$

٦ النقطة (٠, ٢) تقع على المستقيم $٣٥٢ - ٤٥٣ + ١١ = ٠$

النقطة (0, 2) تقع على المستقيم $(3, -2) + (0, 4) = 1$

٨ النقطة (٢ ، ٢) تقع على المستقيم $\overleftrightarrow{K} = (٢ ، ١)$

٩ ابعاد لئلا: $u + v + w = 1$, $(1, 1, 3) + (1, 1, 2) = 2$ هما صورتين مختلفتين مستقيمتين واحده

١٣) اوجد معادلة المستقيم الذي ميله m واما a بالنقطة $(0, p)$

ما هي إحداثيات نقطة تقاطع هذا الخط مع محور الصادات



✍ [١٤]

أكتب الصور المختلفة لمعادلة المستقيم الذي معادلته $2x - 3y = 6$

✍ [١٥]

إذا كانت $P(0, 6)$ ، $B(3, 7)$ ، $J(1, -3)$ ثلاث نقاطفي المستوى، فأوجد معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة P ، وينصف \overline{JB}

✍ [١٦]

أكتب المعادلتين الوسيطيتين للمستقيم الذي يمر بالنقطة $(0, 0)$ ومتجه اتجاه له $(-1, 1)$.

✍ [١٧]

أوجد المعادلة الكارتيزية للمستقيم المار بالنقطة $(3, -5)$ ويوازي المستقيم: $3x + 2y - 7 = 0$

✍ [١٨]

إذا كان: $\vec{u} = (1, \frac{1}{2})$ متجه اتجاه للمستقيم فان جميع المتجهات التالية

عموديا على المستقيم ماعدا المتجه:

$$\textcircled{1} (1, \frac{1}{2}) \quad \textcircled{2} (2, -1) \quad \textcircled{3} (-1, \frac{1}{2}) \quad \textcircled{4} (4, -2)$$

✍ [١٩] أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة $(2, -3)$ وميله $m = 2$ إذا كان هذاالمستقيم يمر بالنقطتين $(5, 0)$ ، $(2, 7)$ فأوجد P .✍ [٢٠] أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة $(2, 3)$ والمتجه \vec{u} ، حيث

$$P = (1, 3), (2, 4), (3, 2) \text{، متجه اتجاه له}$$

✍ [٢١]

أوجد المعادلة المتجهة للمستقيم المار بالنقطة $(0, 7)$ وعمودي على المستقيم $\vec{v} = (3, 0) + \vec{u}$

✍ [٢٢]

إذا كان: $(-4, 1) + (3, 4) = \vec{u}$ فأوجد قيمة كل من \vec{u} ، \vec{v}



[٢٣] أوجد المعادلات المتجهة ، والمعادلات الكارتيزية للخط المستقيم امار بالنقطة (٣ ، ٤ ، ٥) ومتجه الاتجاه له $\vec{u} = (١ ، ٢ ، ٣)$ في الحالات الآتية :

- ١ إذا كان المستقيم يوازي محور الصادات .
- ٢ إذا كان المستقيم يوازي محور السينات .
- ٣ إذا كان المستقيم يمر بنقطة الأصل .

[٢٤] إذا كانت $١(٤ ، ١)$ ، $٢(-٤ ، ٦)$ فأوجد معادلة المستقيم الذي يمر بنقطة تقسيم

$\overline{١٢}$ من الداخل بنسبة ٢ : ٣ ويكون عموديا على المستقيم : $٥٥ - ٤٥ - ١٢ = ٠$

[٢٥] أكتب الصور المختلفة لمعادلة المستقيم الذي معادلته امار بالنقطة

ق (٢ ، ٣) عموديا على المتجه $\vec{u} = (-١ ، ٢)$.

[٢٦] اكتب الصور المختلفة لمعادلة المستقيم امار بالنقطة (٢ ، ١)

، ومتجه اتجاهه (٣ ، ١)

[٢٧] أكتب الصور المختلفة لمعادلة المستقيم امار بالنقطة (٢ ، ١)

ويكون موازيا للمستقيم $٣ - ٥٥ - ٢ = ٠$

[٢٨] أكتب الصور المختلفة لمعادلة المستقيم امار بالنقطة (٢ ، ١)

ويكون ويوازي المستقيم $\vec{u} = (-١ ، ٢) + (٣ ، -٤)$

[٢٩] أكتب الصور المختلفة لمعادلة المستقيم امار بالنقطة (١ ، ١) ويكون ويوازي

المستقيم $\vec{u} = (١ ، ٣) + (٢ ، -٣)$ واثبت أنه يمر بالنقطة (٣ ، ٢)

[٣٠] أكتب الصور المختلفة لمعادلة المستقيم امار بالنقطة (١ ، ٣) ويكون

عموديا على المستقيم : $\vec{u} = (٢ ، ٥) + (-٢ ، ١)$

[٣١] أوجد المعادلة المتجهة للمماس للدائرة \mathcal{C} عند النقطة ب حيث $١(٢ ، ٣)$ ، $٢(٠ ، ٢)$



﴿ ٣٢ ﴾ في المثلث $م ب ج$ ، $م (١ ، ٦)$ ، $ب (٢ ، ١ -)$ ، $ج (٣ ، ٢ -)$

١ أثبت أن المثلث قائم الزاوية وأوجد مساحته .

٢ $م ب \perp ب ج$ حيث $م : ب = ٢ : ٣$ أوجد إحداثي نقطة $م$

٣ أكتب الصور المختلفة لمعادلة المستقيم المار بالنقطتين $ج ، م$

﴿ ٣٣ ﴾ الربط بالهندسة :

$م ب$ قطر في دائرة مركزها $م$ فإذا كان $ب (١١ ، ٧ -)$ ، $م (٣ ، ٢ -)$ فأوجد معادلة المماس للدائرة عند نقطة $م$.

﴿ ٣٤ ﴾ هل تقع النقطة $(٣ ، ٢)$ على المستقيم المار بالنقطتين $(١ ، ١)$ ، $(١ - ، ٠)$

﴿ ٣٥ ﴾ إذا قطع المستقيم : $٣ م + ٤ ب - ١٢ = ٠$ محوري الإحداثيات

السيني والصادي في النقطتين $م ، ب$ على الترتيب فأوجد :

١ مساحة المثلث Δ و $م ب$ حيث $م$ نقطة الأصل .

٢ معادلة المستقيم العمودي على $م ب$ ويمر بنقطة منتصفها .

﴿ ٣٦ ﴾ اوجد الصورة المختلفة لمعادلة كل من المستقيمات الآتية :

١ المستقيم المار بالنقطة $(٣ ، ٢)$ موازيا للخط المستقيم المار بالنقطتين $(٣ ، ١)$ ، $(٤ ، ٢)$

٢ المستقيم المار بالنقطة $(٣ ، ١)$ عموديا على الخط المستقيم : $٣ م + ٤ ب - ١٢ = ٠$ صفرا

٣ المستقيم المار بالنقطة $(٢ ، ١)$ ويوازي المستقيم $٣ م - ٢ ب = ٠$ ، $٣ م + ٢ ب = ٠$

٤ المستقيم المار بالنقطة $(٢ ، ١)$ وعمودي على المستقيم $٣ م - ٢ ب = ٠$ ، $٣ م + ٢ ب = ٠$

﴿ ٣٧ ﴾ أثبت أن النقط : $م (٣ - ، ٢)$ ، $ب (٢ ، ٧)$ ، $ج (١ ، ١)$ هي

رؤوس مثلث . وإذا علم أن $م ب \perp ب ج$ بحيث $م : ب = ٢ : ٣$

فأوجد إحداثي النقطة $م$ أكتب الصور المختلفة لمعادلة المستقيم $ج م$

تأريخ (٧) على معادلة الخط المستقيم

[١] أكمل كلا مما يأتي بالاجابة الصحيحة :

- ١ معادلة المستقيم الذي يقطع مع محور السينات الموجب جزء قدرة ٦ وحدات ويقطع مع محور السينات السالب جزء قدرة ٣ وحدات هي
- ٢ معادلة المستقيم المار بالنقطتين (٠ ، ٥) ، (٤ - ، ٠) هي
- ٣ المستقيم الذي معادلته $٤س + ٦ص = ٦$ يقطع مع محور الصادات الموجب جزء قدرة
- ٤ المستقيم الذي معادلته $٢ = \frac{٥}{٢} + \frac{٥س}{٣}$ يقطع مع محور السينات الموجب جزء قدرة
بينما مع محور الصادات الموجب جزء قدرة
- ٥ المستقيم الذي معادلته $٦ = ٥ + \frac{٥س}{٢}$ يصنع مثلثا مع محوري الإحداثيات مساحة سطحه وحدة طول
- ٦ المقطوعة السينية للمستقيم الذي معادلته $٤س + ٥ص = ٨$ تساوى بينما المقطوعة الصادية له تساوى
- ٧ المستقيم الذي معادلته $٤س + ٣ص = ٢٤$ يمر بالنقطة (٠ ،) ويقطع محور السينات في النقطة

[٢] اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- ١ المعادلة المستقيم المارة بالنقطتين (٠ ، ٢) ، (٣ ، ٠) هي
- ٢ المستقيم الذي معادلته $١ = \frac{٥س}{٣} + \frac{٥ص}{٢}$ يقطع محور السينات جزء قدرة
- ٣ المستقيم الذي معادلته $٢٤ = ٨ + ٣س$ يصنع مثلثا مساحة سطحه وحدة مربعة مع محوري الإحداثيات
- ٤ نقطة تقاطع المستقيم $٢ = ٣ + ٤س$ مع محور السينات هي
- ١ (٠ ، ٢) ٢ (٠ ، ٣) ٣ (٢ ، ٠) ٤ (٣ ، ٠)
- ١ (٧) ٢ (٣) ٣ (٢) ٤ (٢)
- ١ (١٢) ٢ (٦) ٣ (٨) ٤ (٢٤)



٥ نقطة تقاطع المستقيم $3x - 4y = 12$ مع محور الصادات هي

- ① $(4, 0)$ ② $(0, 2)$ ③ $(-4, 0)$ ④ $(2, 0)$

✍ [٣] أوجد طولى الجزئين المقطوعين من المحورين بالمستقيم : $3x - 4y = 10$

✍ [٤] أوجد معادلة الخط المستقيم الذى يقطع من محوري الإحداثيات جزأين موجبين

مقداريهما ٢ ، ٧ وحدة طول

✍ [٥] أوجد معادلة الخط المستقيم الذى مقطوعته السينية تساوى ٢ وحدة طول

ومقطوعته الصادية تساوى وحدة طول واحدة

✍ [٦] أوجد معادلة المستقيم اطار بالنقطتين $(0, 3)$ ، $(1, 0)$

✍ [٧] أوجد المقطوعتين السينية والصادية للمستقيم $3x + 4y = 0$

✍ [٨] أوجد معادلة المستقيم اطار بالنقطة $(2, 0)$ ويوازي المستقيم $1 = \frac{4x}{2} + \frac{3y}{4}$

✍ [٩] أوجد المعادلة العامة للمستقيمات فى الحالات الآتية :

① يقطع محوري الإحداثيات فى النقطتين $(0, 3)$ ، $(4, 0)$

② يمر بالنقطة $(3, 1)$ ويوازي المستقيم : $3x - 4y = 7$

③ يمر بالنقطة $(0, 1)$ ومتجه الاتجاه له $(2, 3)$

✍ [١٠] أوجد معادلة المستقيم اطار بالنقطة $(3, 1)$ ويوازي المستقيم $1 = \frac{4x}{3} + 3y$

✍ [١١] أوجد معادلة المستقيم اطار بالنقطة $(2, 0)$ وعمودى على المستقيم $3 = 4x + \frac{3y}{2}$

١٢] أوجد مساحة المثلث المحدد بمحور الإحداثيات والمستقيم $1 = \frac{45}{x} + \frac{33}{y}$

١٣] أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (١، ٥) وميله سالب والذي يصنع مع محوري الإحداثيات مثلثا مساحته عشر وحدات مربعة

١٤] أوجد مساحة المثلث المحدد بمحور الإحداثيات والمستقيم $20 = 45x + 33y$

١٥] أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (١، ٢) وميله سالب ويصنع مع محوري الإحداثيات مثلث مساحته ٣٠ وحدة مربعة

١٦] أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٤، ١) وميله سالب ويصنع مع محوري الإحداثيات مثلثا مساحته ٩ وحدة مربعة .

١٧] أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (١، ٥) وميله سالب ويصنع مع محوري الإحداثيات مثلثا مساحته عشر وحدة مربعة .

١٨] أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٣، ٠) وميله سالب ويصنع مع محوري الإحداثيات مثلثا مساحته ١٥ وحدة مربعة .

١٩] أوجد معادلة المستقيم الذي يقطع من محوري الإحداثيات جزأين موجبيين مجموعهم ٩ ويمر بالنقطة (١، ٢)


تارين (٨) على الزاوية بين مستقيمين

[١] أكمل الجمل الآتية لتصبح عبارات صحيحة

١ قياس الزاوية بين المستقيمين الذي ميليهما $\frac{2}{0}$ ، $\frac{0-}{2}$ هي °

٢ قياس الزاوية بين المستقيمين الذي ميليهما $\frac{1}{2}$ ، ٣ هي °


٣ قياس الزاوية بين المستقيمين الذي ميليهما صفر ، ١ هي °

٤  إذا توازى المستقيمان : $\mu = \nu + \varphi$ ، $\nu = \gamma - \varphi$ ، $\nu = 0 + \varphi$ ، فإن $\mu = \dots$


٥ قياس الزاوية بين المستقيمين $\nu = \gamma$ ، $\varphi = 0$ هي °

٦ قياس الزاوية بين المستقيمين الذي ميليهما $\sqrt{2}$ ، $\frac{1}{\sqrt{2}}$ هي °

٧ قياس الزاوية بين المستقيمين الذي ميليهما صفر ، غير معرف هي °

٨  قياس الزاوية الحادة بين المستقيمين اللذين ميليهما ٢ ، $\frac{1-}{2}$ تساوى °

٩ قياس الزاوية بين المستقيمين $\nu = \gamma + \varphi$ ، $\nu = \gamma - \varphi$ هي °

١٠  إذا تعدد المستقيمان : $\mu = \nu + \varphi$ ، $\nu = \gamma - \varphi$ ، $\nu = \gamma + \varphi$ ، فإن $\mu = \dots$

١١ قياس الزاوية بين المستقيمين $\nu = \gamma - \varphi$ ، $\nu = \gamma - \varphi$ هي °

١٢  قياس الزاوية الحادة بين المستقيمين $\nu = \gamma$ ، $\varphi = \gamma$ تساوى °

١٣ قياس الزاوية بين المستقيمين $\nu = \gamma + \varphi$ ، $\nu = \gamma - \varphi$ هي °

١٤  قياس الزاوية الحادة بين المستقيمين : $(2, 2) + (1, 1) = \dots$

والمستقيم $\nu = 0$ هي °

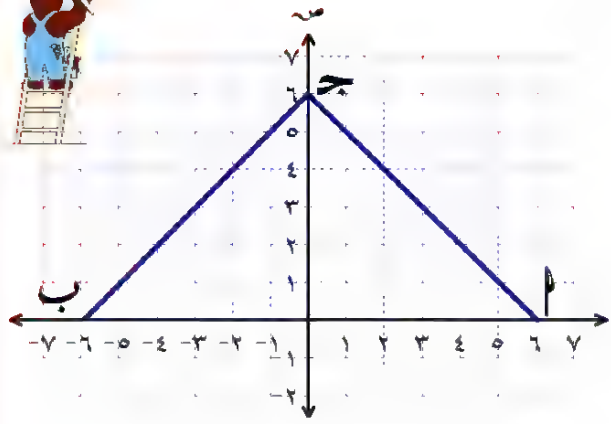


١٥ بيده الشكل المقابل :

قطعة أرض مثلثة الشكل إحداثيات رؤوسها هي :

م (٠ ، ٦) ، ب (٠ ، ٦ -) ، ج (٦ ، ٠)

أكمل ما يأتي :



١ قياس الزاوية الحادة بين المستقيمين \vec{JM} ومحور السينات

تساوى

٢ قياس الزاوية بين المستقيمين \vec{JM} ، \vec{JB} تساوى

٣ المعادلة المتجهة للمستقيم \vec{JM} هي

٤ المعادلة المتجهة للمستقيم \vec{JB} هي

٥ المعادلة اللاتبينية للمستقيم المار بالنقطة ج ، ويوازي \vec{JM} هي

٦ مساحة سطح المثلث م ب ج تساوى

٢ اختار الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ قياس الزاوية بين المستقيمين \vec{JM} ، \vec{JB} تساوى $\pi - \frac{\pi}{3}$ هي

٢ قياس الزاوية الحادة المحصورة بين المستقيمين المار بالنقطتين (٠ ، ١ -) ، (١ ، ٠) والاتجاه الموجب لمحور السينات تساوى :

٣ قياس الزاوية الحادة بين المستقيمين \vec{JM} ، \vec{JB} تساوى :

٤ قياس الزاوية بين المستقيمين \vec{JM} ، \vec{JB} تساوى $\frac{\pi}{3}$ هي

٥ قياس الزاوية بين المستقيمين \vec{JM} ، \vec{JB} تساوى $\frac{\pi}{2}$ هي

٦ قياس الزاوية بين المستقيمين \vec{JM} ، \vec{JB} تساوى $\frac{\pi}{4}$ هي

٧ قياس الزاوية بين المستقيمين \vec{JM} ، \vec{JB} تساوى $\frac{\pi}{6}$ هي

٨ قياس الزاوية بين المستقيمين \vec{JM} ، \vec{JB} تساوى $\frac{\pi}{2}$ هي

المستقيم AB والمستقيم CD هما مستقيمان متوازيان. EF هي قطعة مستقيمة تقطع AB و CD عند E و F على التوالي. $\angle AEF = 110^\circ$ و $\angle CFE = 70^\circ$. $\angle A$ و $\angle C$ هما زوايا داخلية متبادلة. $\angle A$ و $\angle C$ هما زوايا داخلية متبادلة. $\angle A$ و $\angle C$ هما زوايا داخلية متبادلة.

 $^{\circ}10. \textcircled{4} \qquad ^{\circ}12. \textcircled{3} \qquad ^{\circ}6. \textcircled{2} \qquad ^{\circ}3. \textcircled{1}$

٧ قياس الزاوية الحادة بين المستقيمين ص = ٢ ، المستقيم الذي ميله ١ هي
 (١) ٤٥° (٢) ٣٠° (٣) ٦٠° (٤) غير ذلك

(۳) إذا كان $\frac{f}{g}$: $p - \alpha + \beta = 0$ ، $\frac{f}{g}$: $\gamma + \delta - \epsilon = 0$

ج. : $\frac{5}{3} - \frac{4}{2} = 3$ فأوجد قيمة x التي تجعل :

$$r\partial \perp, \partial \textcircled{2} \qquad r\partial \parallel, \partial \textcircled{1}$$

❌ [٤] اذكر العلاقة بين المستقيمين l ، l' في الحالات التالية :

① إذا كان ظل الزاوية بينهما يساوى صفه .
② إذا كان ظل الزاوية بينهما غير معرف .

③ إذا كان ميل L هو m ، ميل L هو m ، فاذكر العلاقة بين m و m .

أوجد قياس الزاوية الحادة المحصورة بين أزواج المستقيمات الآتية :

$$\xi - = \omega p - \omega \quad , \quad (\cdot , 0) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$
$$\cdot = 3 - 40 - 507 \quad , \quad (1, 1) \otimes + (1, \cdot) = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (6)$$
$$\bullet = 1 - \varphi \sqrt{1 - \omega} \quad , \quad \bullet = 0 - \omega \sqrt{1 - \varphi} - \varphi \quad \bullet$$

إذا كانت θ هي قياس الزاوية الحادة بين المستقيمين :

• $\frac{3}{4}$ فاوجد قيمة p . وكانت $z = 6 + 45i - 33p$.

٥ [U] أوجد قياس الزاوية بين المستقيم $3x - 4y = 9$ ، والمستقيم $اطار$ بالنقطتين

$$(1 - \varepsilon -), (r, \cdot)$$



ك [٨] أوجد قياس الزاوية بين المستقيمين $v = 4\alpha + 3\omega$ ، $3 = 4\alpha$

ك [٩] أوجد قياس الزاوية بين المستقيمين $v = 4\alpha + 3\omega$ ، $6 = 3\omega$

ك [١٠] أوجد قياس الزاوية الحادة بين المستقيمين :

١ \checkmark $(1, 3) + (2, 0) = \checkmark$ ، $(1, 3) + (2, 0) = \checkmark$ ، $(2, 1) + (0, 0) = \checkmark$

٢ \checkmark $0 = 4\alpha + 2\omega$ ، $1 = 4\alpha - 3\omega$

ك [١١] أوجد قياس الزاوية الحادة بين المستقيمين :

$0 = 3 + 4\alpha + 2\omega$ ، $0 = 1 + 4\alpha - 3\omega$

ك [١٢] أوجد قياس الزاوية الحادة بين المستقيمين : $3 = 4\alpha$ ، $2 = 3\omega + 4\alpha$

ك [١٣] أوجد قياس الزاوية بين المستقيمين $0 = 1 + 4\alpha + 3\omega$ ، $0 + \omega = \frac{1}{2}$

ك [١٤] أوجد قياس الزاوية بين المستقيمين $7 - \omega = \frac{3}{4}$ ، $1 = \frac{4\alpha}{0} + \frac{\omega}{2}$

ك [١٥] أوجد قياس الزاوية بين المستقيمين $9 = 4\alpha - 3\omega$

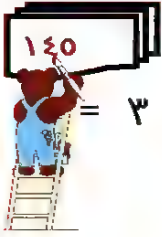
، المستقيم اطار بالنقطتين $(1, 4)$ ، $(2, 0)$

ك [١٦] أوجد قياس الزاوية الحادة المحصورة بين المستقيمين

\checkmark $(1, 2) + (0, 2) = \checkmark$ ، $(1, 2) + (0, 2) = \checkmark$ ، $(3, 6) + (1, 3) = \checkmark$

ك [١٧] أوجد قياس الزاوية بين المستقيمين $0 = 7 - 4\alpha - 3\omega$ ، محور السينات

ك [١٨] أوجد قياس الزاوية بين المستقيمين $0 = 1 - 4\alpha + 3\omega$ ، محور الصادات



ك [١٩] أوجد قياس الزاوية الحادة المحصورة بين المستقيم $u - v + 3 = 0$

، والمستقيم المار بالنقطتين $(1, 2)$ ، $(4, -1)$.

ك [٢٠] إذا كان قياس الزاوية بين المستقيمين $3u + v - 8 = 0$:

، $u - v + 9 = 0$ ، يساوي $\frac{\pi}{4}$ فما قيمة θ ؟

ك [٢١] أوجد قيمة θ التي تجعل الزاوية بين المستقيمين $u - v - 3 = 0$:

، $\theta = 3 + 2v - u$ ظلها $\frac{3}{4}$

ك [٢٢] إذا كان قياس الزاوية الحادة بين المستقيمين $u + \theta - v = 8$ ،

$2u - v - 0 = 0$ ، يساوي $\frac{\pi}{4}$ فأوجد قيمة θ .

ك [٢٣] أوجد قيمة θ التي تجعل الزاوية الحادة بين المستقيمين $3u - v - 8 = 0$ ،

، $u = v$ ، يساوي الزاوية الحادة بين المستقيمين $u - 2v = 0$ ، $v = u + \theta$

ك [٢٤] أوجد قيمة θ التي تجعل المستقيمين $4u - v = 9$ ، $v = u + 4$ ،

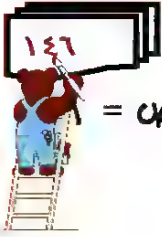
متعامدان

ك [٢٥] إذا كان ظل الزاوية بين المستقيم الذي ميله -2 والمستقيم الذي معادلته

$u + v + 1 = 0$ ، يساوي $\frac{\pi}{4}$ أوجد قيمة θ :

ك [٢٦] إذا كانت θ هو قياس الزاوية بين المستقيمين $u - v + 6 = 0$:

، $\theta = 2 + v - u$ ، حيث $\frac{\pi}{4} = \theta$ احسب قيمة θ



كـ [٢٧] إذا كان ظل قياس الزاوية بين المستقيمين : $\mu = 45 + 33^\circ$ ، $\nu = 45 + 33^\circ$

يساوي $\frac{3}{4}$ احسب قيمة μ

كـ [٢٨] إذا كان قياس الزاوية بين المستقيمين : $\nu = 45 - 33^\circ$ ، $\mu = 45 - 33^\circ$

يساوي 40° احسب قيمة μ

كـ [٢٩] اثبت أن الزاوية بين المستقيمين : $\mu = 45 + 33^\circ$ ، $\nu = 45 + 33^\circ$

قياسها ثابت لجميع قيم $\mu \neq \nu$ وأوجد قياس هذه الزاوية

كـ [٣٠] إذا كان قياس الزاوية بين المستقيم ℓ_1 : $\mu = 45 - 33^\circ$ ، $\nu = 45 - 33^\circ$ والمستقيم

ℓ_2 : $\mu = 45 + 33^\circ$ ، $\nu = 45 + 33^\circ$ تساوي قياس الزاوية بين المستقيم ℓ_1 ،

والمستقيم ℓ_2 : $\mu = 45 - 33^\circ$ ، $\nu = 45 - 33^\circ$ أوجد قيمة μ

كـ [٣١] مستقيمان ميلاهما μ ، ν وجيب الزاوية بينهما يساوي $\frac{1}{1.7}$ أوجد

معادلة المستقيم الذي ميله μ ويمر بالنقطة (٣، ٢) حيث $\mu < \nu$

كـ [٣٢] مستقيمان ميليهما μ ، ν وظل قياس الزاوية بينهما $\frac{0}{11}$ ويمران بالنقطة

(٣، ١) أوجد معادلتيهما علما بأن $\mu < \nu$

كـ [٣٣] أوجد معادلة المستقيمين المارين بالنقطتين (٢، ١) ويصنع كلا منهما زاوية

قياسها 40° مع المستقيم $\mu = 45 - 33^\circ$ ، $\nu = 45 - 33^\circ$



ك [٣٥] أوجد معادلة المستقيمين المارين بالنقطتين (٢، ٣) و (٠، ٣) يصنع كلا منهما

$$\text{زاوية ظلها } \frac{1}{2} \text{ مع المستقيم } 0 = 0 + 45 + 33$$

ك [٣٦] أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (١، ١) و يصنع مع المستقيم

$$\text{زاوية قياسها } \frac{3}{4} \text{ } 0 = 2 + 45 + 33$$

ك [٣٧] أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (١، ١) و يصنع مع المستقيم

$$\text{زاوية جيب تمامها } \frac{1}{\sqrt{5}} \text{ } 0 = 3 + 45 + 33$$

ك [٣٨] أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (١، ٤) و يصنع مع المستقيم الذي

$$\text{معادلته } \frac{1}{2} \text{ } 4 = 45 - 33$$

ك [٣٩] أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (١، ٣) و يصنع مع المستقيم الذي

$$\text{معادلته } \frac{1}{\sqrt{5}} \text{ } 0 = 6 + 45 + 33$$

ك [٤٠] أثبت أن Δ ب ج قائم الزاوية في ب حيث ب (٢، ٥)

ب (٢، ٠)، ج (٢، ٢) ثم احسب مساحة سطحه .

ك [٤١] أوجد قياسات زوايا المثلث ب ج

إذا كان ب (٣، ٢)، ج (٣، ١)، ج (٥، ٢)

ك [٤٢] هل المثلث الذي رؤوسه النقط ب (٣، ٢)، ج (٨، ٧)، ج (٣، ١) فيه زاوية ب ج حادة أم منفرجة ؟ وأوجد قياسها .



❌ [Σ3] م ب ج Δ فيه : م (٢ ، ٠) ، ب (١ ، ٣) ، ج (١ - ، ٢ -)
أوجد قياس زاوية م


❌ [٤٤]  إذا كان المثلث \triangle قائم الزاوية في β حيث $\mu(3, 2)$ ، $\nu(7, 0)$

✍ (٤٥) م ب ج مثلث فيه م (٣، ٢) ، ب (٤، ٤) ، ج (٤، ١) -

حدد نوع زاوية م وأوجد قياسها

ك [٤٦] م، ب، ج هي النقط (٠، ٩)، (١، ٢)، (٢-، ٢-) على الترتيب
أوجد قياس الزاوية م ب ج

✍ [ΣU] م، ب، ج هي النقط (١، ٤)، (٠، ١)، (١، ٢) على الترتيب
أوجد قياسات زوايا المثلث م، ب، ج

✍️ [Σn]  أمثلة ٣ ب ج فيه م (٧، ٥) ، ب (٥، ١) ، ج (٢، ٤)

① أوجد إحداثي نقطة ، التي تقسم $\overline{ب ج}$ من الداخل بنسبة ١ : ٢ .

٢ أثبت أن : $\overline{ب ج} \perp \overline{أ ب}$ ٣ أثبت أن : $أ ب = أ ج$
 ٤ أوجد : $\angle ب$ ٥ أوجد مساحة سطح المثلث $أ ب ج$

❌ [٢٩] م ب ج مثلث رؤوسه م (- ٢٠٣) ، ب (- ٣ - ١٣) ، ج (٣٠٠) ،
نصفت م ج **في** ، **أوجد قياس الزاوية بين المستقيمين** م ، ب ج

❌ (0.) $\vec{p} \perp \vec{q}$ مثلث فيه $\vec{p} = (-2, 6)$ ، $\vec{q} = (4, 7)$ ، $\vec{r} = (9, 4)$ ، $\vec{s} = (4, 9)$ بحيث $\vec{p} \perp \vec{q}$ ، $\vec{q} \perp \vec{r}$ ، $\vec{r} \perp \vec{s}$ ، $\vec{s} \perp \vec{p}$ أوجد إحداثي نقطة \vec{s} ثم أوجد قياس الزاوية بين المستقيمين \vec{p} و \vec{q}

ك [٥١] م ب ج مثلث فيه م (١، ٢)، ب (٣، ٢)، ج (٣، -٢)

١ اثبت أن Δ م ب ج قائم الزاوية

٢ أوجد معادلة المستقيم ب ج

٣ أوجد قياس الزاوية بين المستقيمين م ج ، ب ج

ك [٥٢] م ب ج، متوازي أضلاع رؤوسه م (٣، ١)، ب (٣، -٣)، ج (١، ٦)

أوجد إحداثي نقطة ، ثم أوجد قياس الزاوية بين المستقيمين م ج ، ب ج

ك [٥٣] اثبت أن : النقط م (٢، ٥)، ب (٥، ١)، ج (١، ٢)، د (٢، -٢) هي

رؤوس شكل رباعي دائري .

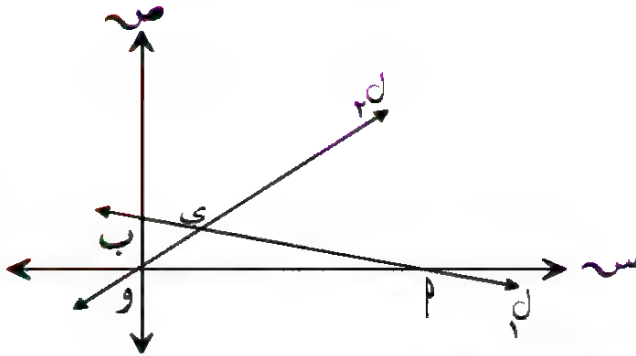
ك [٥٤] م (١١، ٤)، ب (٧، ٢، ٥)، ج (١-، ٩، ٥-) اثبت أن :

المستقيم $3 = 4x + 5$ يصنع مع المستقيمين م ب ، م ج مثلثا متساوي الساقين

ك [٥٥] إذا كان الخط المستقيم ل يصنع زاوية جيب تمامها يساوي $\frac{\sqrt{10} \cdot 3}{10}$ مع

المستقيم $3 = 0 + 4x - 5$ فما هو ميل الخط المستقيم ل ثم أوجد معادلة الخط

المستقيم ل إذا كان يمر بالنقطة (٢، ١)



ك [٥٦] في الشكل المقابل :

معادلة ل هي : $7 = 4x + 5$

معادلة ل هي : $3 = 4x - 5$

أوجد قياس الزاوية المنفرجة ي ثم أوجد إحداثيات النقطتين م ، ب



تارين (٩) على طول العمود المرسوم من نقطة إلى مستقيم معلوم .

ك [١] أكمل كلاهما يأتي بالإجابة الصحيحة :

- ١ طول العمود الساقط من النقطة (٥ ، ٣) على المستقيم $س = -٤$ يساوي
- ٢ طول العمود الساقط من النقطة (٢ ، -٦) على المستقيم $ص = ٤$ يساوي
- ٣ طول العمود الساقط من النقطة (٢ ، ١) على المستقيم $س = ٢$ ص = ٠ يساوي
- ٤ البعد بين المستقيمين : $ص = ٣ - ٠$ ، $ص = ٢ + ٠$ يساوي
- ٥ طول العمود المرسوم من النقطة (-١ ، -٦) إلى محور الصادات يساوي
- ٦ طول العمود المرسوم من النقطة (٠ ، ١) إلى المستقيم : $س = ٣ + ٤$ ص = ١٢ يساوي
- ٧ طول العمود المرسوم من النقطة (٢ ، -٥) إلى المستقيم : $س = ٣$ ك (٣ ، ٤) يساوي
- ٨ طول العمود المرسوم من النقطة (٠ ، ٥) إلى الخط المستقيم $س = ٧ + ٠$ يساوي
- ٩ طول العمود المرسوم من نقطة الأصل إلى المستقيم : $س = ٠$ ك (٤ ، ٣) يساوي
- ١٠ طول العمود النازل من النقطة (٢ ، ٥) على محور السينات يساوي
- ١١ البعد العمودي بين المستقيمين $ص = ٥$ ، $ص = ٢$ يساوي
- ١٢ طول العمود المرسوم من نقطة الأصل إلى المستقيم $س = ٣ + ٤$ ص = ١٠ يساوي

ك [٢] اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

- ١ طول العمود المرسوم من النقطة (-٣ ، ٥) إلى محور الصادات يساوي
 ٢ (١) ٣ (٢) ٥ (٣) ٨ (٤)
- ٢ البعد بين المستقيمين : $ص = ٣ - ٠$ ، $ص = ٢ + ٠$ يساوي
 ١ (١) ٢ (٢) ٣ (٣) ٥ (٤)
- ٣ طول العمود المرسوم من النقطة (١ ، ١) إلى المستقيم : $س = ٥ + ٠$ يساوي
 ١ (١) ٢ (٢) ٣ (٣) ٤ (٤)
- ٣ إذا كان طول العمود المرسوم من النقطة (٣ ، ١) إلى المستقيم : $س = ٣ - ٤$ ص = ج يساوي
 ١ (١) صفر (٢) ٣ (٣) ٥ (٤) ٧ (٤)



كـ [٣] أوجد طول العمود المرسوم من النقطة م إلى المستقيم ل في التمارين من ١ إلى

١ م (٠، ٠) ، ل : \overleftrightarrow{AB} ، $(0, 0) + (5, 0) = (5, 0)$ ، $(5, 0)$

٢ م (٤، ٢) ، ل : \overleftrightarrow{AB} ، $(4, 2) + (5, 0) = (9, 2)$ ، $(9, 2)$

٣ م (٢، ٥) ، ل : \overleftrightarrow{AB} ، $(2, 5) + (5, 0) = (7, 5)$ ، $(7, 5)$

٤ م (١، ٢) ، ل : \overleftrightarrow{AB} ، $(1, 2) + (5, 0) = (6, 2)$ ، $(6, 2)$

كـ [٤] أوجد طول العمود المرسوم من النقطة م إلى المستقيم ل

م (٠، ١) ، ل : \overleftrightarrow{AB} ، $(0, 1) + (5, 0) = (5, 1)$ ، $(5, 1)$

كـ [٥] اكتب طول العمود المرسوم من النقطة م إلى المستقيم ل في الحالات التالية :

١ م (٠، ٠) ، ل : \overleftrightarrow{AB} ، $(0, 0) + (5, 0) = (5, 0)$ ، $(5, 0)$

٢ م (١، ٤) ، ل : \overleftrightarrow{AB} ، $(1, 4) + (5, 0) = (6, 4)$ ، $(6, 4)$

كـ [٦] أوجد طول العمود الساقط من النقطة م على المستقيم ل

كـ [٧] أوجد طول العمود الساقط من النقطة م على المستقيم ل

م (٠، ١) ، ل : \overleftrightarrow{AB} ، $(0, 1) + (5, 0) = (5, 1)$ ، $(5, 1)$

كـ [٨] أوجد طول العمود الساقط من النقطة م على المستقيم ل

م (٣، ٤) ، ل : \overleftrightarrow{AB} ، $(3, 4) + (5, 0) = (8, 4)$ ، $(8, 4)$

كـ [٩] أوجد طول العمود الساقط من النقطة م على المستقيم ل


م (٠، ٥) ، ل : \overleftrightarrow{AB} ، $(0, 5) + (5, 0) = (5, 5)$ ، $(5, 5)$

كـ [١٠] أوجد طول العمود الساقط من النقطة م على المستقيم ل

م (٢، ١) ، ل : \overleftrightarrow{AB} ، $(2, 1) + (5, 0) = (7, 1)$ ، $(7, 1)$

كـ [١١] أوجد طول العمود الساقط من النقطة م منتصف ل حيث م (٤، ١)

م (٦، ٣) ، ل : \overleftrightarrow{AB} ، $(6, 3) + (5, 0) = (11, 3)$ ، $(11, 3)$

١٦٤  **[١٢] أوجد طول العمود الساقط من النقطة ج التي تقسم \overline{AB} من الداخل بنسبة ٢ : ٣ حيث $A(1, 2)$ ، $B(3, -4)$ على المستقيم : $5x - 12y = 0$**

[١٣] أوجد طول العمود الساقط من النقطة ج حيث $J \in \overline{AB}$ ، $J \notin \overline{AB}$ **[١٤] أوجد محيط الدائرة التي مركزها $M(3, -1)$ وقوس المستقيم الذي معادلته : $4x - 3y = 7$**

[١٥] أوجد مساحة الدائرة التي مركزها $A(2, -1)$ وقوس المستقيم : $5x - 12y + 41 = 0$

[١٦] أوجد طول نصف قطر الدائرة التي مركزها النقطة $(-2, 0)$ ، قوس المستقيم : $3x + 4y + 1 = 0$

[١٧] أثبت أن النقطتين $(1, 1)$ ، $(-2, 3)$ تقعان على جانبيين مختلفين من الخط المستقيم $2x - 5y + 3 = 0$ وعلى بعدين متساويين منه .

[١٨] هل النقطتان $(1, 4)$ ، $(-2, 3)$ تقعان على نفس الجانب من الخط المستقيم : $2x - 5y + 3 = 0$ أم على جانبيين مختلفين ؟

[١٩] أثبت أن النقطة $(11, 8)$ هي مركز الدائرة الداخلة للمثلث الذي معادلاته $2x - 5y + 3 = 0$ ، $3x - 4y + 1 = 0$ ، $5x - 12y + 41 = 0$: **[٢٠] دائرة مركزها نقطة الأصل فيها وتران معادلتيهما : $3x - 4y + 1 = 0$ ، $5x - 12y + 41 = 0$ ، $2x - 5y + 3 = 0$ أثبت أن : الوترين متساويان في الطول .**



كـ (٢١) اثبت أن : المستقيمان l_1 : $3x + 4y - 7 = 0$ ، l_2 : $3x + 4y + 5 = 0$ متوازيان ثم أوجد البعد بينهما

كـ (٢٢) اثبت أن : المستقيمان l_1 : $3x + 4y - 1 = 0$ ، l_2 : $3x + 4y + 2 = 0$ متوازيان ثم أوجد البعد بينهما

كـ (٢٣) طريقان متجاوران مسار الطريق الأول قنله المعادلة :

$3x - 4y - 7 = 0$ ومسار الطريق الثاني قنله المعادلة : $3x - 4y + 11 = 0$ ،

اثبت أن : الطريقين متوازيان ، ثم أوجد أقصر بعد بينهما .

كـ (٢٤) أوجد نقطة على محور السينات بحيث يكون بعدها عن المستقيم :

$$3x + 4y + 12 = 0 \text{ مساويا } 3$$

كـ (٢٥) إذا كان طول العمود الساقط من النقطة (١، ٢) على الخط المستقيم :

$$3x + 4y + 12 = 0 \text{ يساوي } \sqrt{13} \text{ أوجد قيمة } x$$

كـ (٢٦) إذا كان طول العمود النازل من النقطة (٢، ١) على المستقيم :

$$3x + 4y = 0 \text{ يساوي } 2 \text{ أوجد قيمة } x$$

كـ (٢٧) إذا كان طول العمود الساقط من النقطة (٢، ١) على المستقيم :

$$3x + 4y + 19 = 0 \text{ يساوي } \sqrt{13} \text{ أوجد قيمة } x$$

كـ (٢٨) إذا كانت النقطتان (٢، ١) ، (٧، -١) تقعان على بعدين متساويين

من المستقيم $3x + 4y + 5 = 0$ فما قيمة x ؟

كـ (٢٩) إذا كان المستقيم الذي يمر بالنقطة (١، ١) وميله $\frac{0}{12}$ يحس الدائرة التي

مركزها (٤، -١) أوجد طول نصف قطر الدائرة .



كـ [٣٠] أوجد بعد النقطة $(١, ٢)$ عن الخط المستقيم المار بالنقطة $(٢, ٣)$ والذي يصنع زوايا متساوية مع كل من محوري الإحداثيات .

كـ [٣١] اثبت أن النقطتين $م(٣, ٥)$ ، $ب(٧, ١)$ على أبعاد متساوية من المستقيم : $٢ = ٥ - ٤ + ٣$ وفى جهتين مختلفتين منه .

كـ [٣٢] إذا كانت : $د(٢, ٣)$ ، $هـ(١, ٧)$ ، $ل$: $٤ - ٣ - ٥ = ٣$ اثبت أن : $د$ ، $هـ$ تقعان فى جهة واحدة من المستقيم $ل$ وعلى بعدين متساويين منه

كـ [٣٣] إذا كانت $م(١, ١)$ ، $ب(٢, ٣)$ ، $ل$: $٢ - ٣ + ٥ = ٣$ اثبت أن : $م$ ، $ب$ تقع على جانبيين مختلفين من المستقيم $ل$ وعلى بعدين متساويين منه

كـ [٣٤] إذا كانت : $م(٤, ٣)$ ، $ب(٢, ٥)$ ، $ج(١, ٢)$ هى رؤوس مثلث $م ب ج$ ، رسم $ب د \perp م ج$.

١ اثبت أن : $\Delta م ب ج$ متساوى الساقين
٢ أوجد معادلة $ب د$
٣ أوجد طول $ب د$

كـ [٣٥] $م ب ج$ مثلث فيه $م(٤, ١)$ ، $ب(٢, ٣)$ ، $ج(٢, ٦)$ أوجد

١ معادلة المستقيم $ب ج$

٢ طول العمود الساقط من النقطة $م$ على المستقيم $ب ج$

٣ مساحة المثلث $م ب ج$

كـ [٣٦] أوجد معادلة المستقيم الذى ميله $\frac{٣}{٤}$ وطول العمود الساقط عليه من النقطة

$(١, ٢)$ يساوى ٥ وحدات طول

كـ [٣٥] أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة $(2, -4)$ وطول العمود الساقط عليه من نقطة الأصل يساوي ٢ وحدة طول .

كـ [٣٨] مستقيم طول العمود النازل من النقطة $(2, 0)$ عليه يساوي ٣ وحدات

طول وميله $\frac{4}{3}$ أوجد معادلة هذا المستقيم

كـ [٣٩] أوجد معادلة المستقيم الذي ميله $\frac{0-}{12}$ وطول العمود الساقط عليه من

النقطة $(2, -1)$ يساوي ٢ وحدة طول

كـ [٤٠] أوجد معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة $(2, -4)$ وطول العمود الساقط عليه من نقطة الأصل ٢ وحدة طول وبين أن هناك مستقيمين يحققن هذه الشروط

كـ [٤١] أوجد بعد النقطة $(1, -2)$ عن مستقيم المار بالنقطة $(2, -3)$ والذي يصنع زوايا متساوية مع الاتجاهين الموجب لمحور السينات والسالب لمحور الصادات

كـ [٤٢] اثبت أن المستقيمين $3x - 4y - 9 = 0$ ، $4x + y - 1 = 0$ متقاطعين على التعامد ثم أوجد نقطة تقاطعهما وكذلك معادلة المستقيم المار بنقطة تقاطعهما والنقطة $(2, 1)$.

كـ [٤٣] اثبت أن النقطة $(4, 6)$ تقع على أحد منصفى الزاوية بين المستقيمين :

$$3x - 4y - 9 = 0 , 4x + y - 1 = 0$$

كـ [٤٤] اثبت أن النقطة $(1, 4)$ تقع على أحد منصفى الزاوية بين مستقيمين

$$3x + 4y + 1 = 0 , 4x - 7y - 13 = 0$$

كـ [٢٥] إذا كان المستقيمان $ل$ ، $ل٢$ ، $ل٣$: $٥٤ + ٥٣ = ١٢$ ، $ل٢$: $٥٨ + ٥٣ = ٢$ ، $ل٣$: $٥٨ + ٥٣ = ٢$ متوازيان والبعد بينهما ٣ وحدات طول أوجد قيمة كلا من $ل$ ، $ل٢$ ، $ل٣$

كـ [٢٦] $ل$ ب جـ متوازي أضلاع ، فإذا كانت : $ل$ (٢ ، ٣) ، $ب$ (٣ ، ٢) ، $جـ$ (٧ ، ٥) أوجد إحداثي الرأس $د$ ، ثم أوجد مساحة متوازي الأضلاع .

كـ [٢٧] $ل$ ب جـ متوازي أضلاع فيه $ل$ (١ ، ٢) ، $ب$ (٣ ، ٥) ، $جـ$ (٧ ، ٤) أوجد إحداثي النقطة $د$ ، ٢ مساحة سطح متوازي الأضلاع $ل$ ب جـ

كـ [٢٨] $ل$ ب جـ متوازي أضلاع فيه $ل$ (١ ، ٣) ، $ب$ (٥ ، ٤) ، $جـ$ (١ ، ٣) ، ٣ نقطة تقاطع قطريه أوجد

- ١ إحداثيات النقطتين $د$ ، $هـ$
- ٢ طول $ب$ جـ
- ٣ ميل $ب$ جـ
- ٤ معادلة المستقيم $ب$ جـ
- ٥ طول العمود الساقط من $ل$ على المستقيم $ب$ جـ
- ٦ مساحة سطح متوازي الأضلاع $ل$ ب جـ

كـ [٢٩] $ل$ ب جـ شكل رباعي فيه $ل$ (٣ ، ٢) ، $ب$ (٢ ، ٦) ، $جـ$ (٢ - ، ٢ -) ، $د$ (١ - ، ٢ -) أثبت أن : الشكل $ل$ ب جـ شبه منحرف وأوجد مساحة سطحه .

كـ [٣٠] $ل$ ب جـ شكل رباعي فيه $ل$ (٤ ، ١ -) ، $ب$ (٢ - ، ٣) ، $جـ$ (٣ - ، ١) ، $د$ (١ - ، ٣ -) أثبت أن $ل$ ب جـ متوازي أضلاع ثم أوجد

- ١ طول $ب$ جـ
- ٢ معادلة $ب$ جـ
- ٣ طول العمود الساقط من $ل$ على $ب$ جـ
- ٤ مساحة سطح متوازي الأضلاع $ل$ ب جـ



كـ [٥١] اثبت أن : النقط $م(٣, ٢)$ ، $ب(٢, ٦)$ ، $ج(٢, -٢)$ ، $د(١, ٢)$

هي رؤوس شبه منحرف وأوجد مساحته

كـ [٥٢] $م(٣, ٢)$ ، $ب(٢, ٦)$ شبه منحرف فيه : $م \parallel د$ ، فإذا كانت : $م(١, ٢)$

، $ب(٣, ٥)$ ، $ج(١, ٦)$ ، $د(٥, ٤)$.

أوجد قيمة $ص$ ، ثم أوجد مساحة شبه المنحرف $م ب ج د$

كـ [٥٣] الشكل المقابل :

يبين منزل كريم $م(٠, ٢)$ و المدرسة $ب(٠, ٧)$ والمسجد $ج(٦, ٤)$

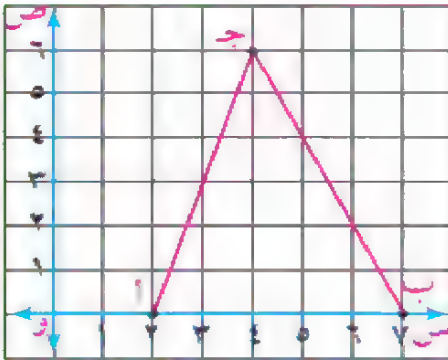
أوجد

① معادلة المستقيم $م ب$ ② طول $م ب$

③ أقصر بعد من المسجد $ج$ إلى الطريق الواصل بين المنزل والمدرسة

④ قياس الزاوية الحادة المحصورة بين المستقيمين $م ج$ ، $ص = ٠$

⑤ مـ $(\Delta م ب ج)$





تدريبات على

١١ اكمل كلاهما يأتي بالإجابة الصحيحة :

- ١ معادلة المستقيم المار بنقطة تقاطع المستقيمين : $3x = y$ ، $y = 0$ ، ونقطة الأصل هي
- ٢ معادلة المستقيم المار بنقطة تقاطع المستقيمين : $y = 1$ ، $y = x + 4$ ، وميله ٣ هي
- ٣ معادلة المستقيم المار بنقطة تقاطع المستقيمين : $y = 2$ ، $y = x$ ، ويوازي محور السينات هي
- ٤ معادلة المستقيم الذي يمر (٣ ، ٠) ونقطة تقاطع المستقيمين $y = 3$ ، $y = 1$ هي
- ٥ معادلة المستقيم المار بنقطة تقاطع المستقيمين :
 $y = y$ ، $y = 2$ ، يوازي المستقيم \rightarrow $x = (3, 1)$ هي
- ٦ معادلة المستقيم المار بنقطة تقاطع المستقيمين :
 $y = y - 1$ ، $y = x + 3$ ، ويوازي المستقيم $y = 0$ هي
- ٧ معادلة المستقيم المار بنقطة تقاطع المستقيمين : \rightarrow $x = (1, 6)$ ، \rightarrow $x = (0, 8)$ ، والذي يقطع مع محور الصادات الموجب جزأ قدره ٥ وحدات هي
- ٨ معادلة المستقيم المار بنقطة تقاطع المستقيمين : $y = y - 0$ ، $x = (7, -2)$ ، ويمر بالنقطة (٠ ، ١) هي
- ٩ معادلة المستقيم المار بنقطة تقاطع المستقيمين : $y = 7$ ، $y = x + 4$ ، ويوازي محور الصادات

٢ أوجد المعادلة المتجهة للمستقيم المار بنقطة الأصل ونقطة تقاطع

المستقيمين : $y = 3$ ، $y = 4$.

٣ أوجد المعادلة المتجهة للمستقيم المار بالنقطة (٣ ، ١) ونقطة تقاطع

المستقيمين : $3x = 2y + 7$ ، $y = 0$.

٤ أوجد معادلة المستقيم المار بنقطة تقاطع المستقيمين :

 $y = 3 + 2x$ ، $y = 3 + x$ ، ويمر بالنقطة (١ ، -٢)



✍ [٥] أوجد معادلة الخط المستقيم امار بالنقطة $P(2, -1)$ وبنقطة

تقاطع المستقيمين : $7x + 4y + 3 = 0$ ، $5x - 4y - 3 = 0$

✍ [٦] أوجد معادلة المستقيم امار بنقطة تقاطع المستقيمين :

$4x + 5y = 0$ ، $4x^3 + 5y - 1 = 0$ ونقطة الأصل

✍ [٧] أوجد معادلة المستقيم امار بنقطة تقاطع المستقيمين : $2x + 5y + 3 = 0$ ،

$3x + 4y = 2$ ويصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها 130°

✍ [٨] أوجد معادلة المستقيم امار بنقطة تقاطع المستقيمين : $2x + 5y + 3 = 0$ ،

$3x - 4y - 1 = 0$ والذي يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور الصادات زاوية قياسها 130°

✍ [٩] أوجد معادلة المستقيم امار بنقطة تقاطع المستقيمين :

$\vec{r} = (2, 3) + t(3, -2)$ ، $3x - 4y = 13$ ويوازي محور الصادات .

✍ [١٠] أوجد معادلة المستقيم امار بنقطة تقاطع المستقيمين : $2x + 5y = 0$ ،

$5x - 4y = 8$ وعمودي على المستقيم

✍ [١١] أوجد معادلة المستقيم امار بنقطة تقاطع المستقيمين : $2x + 5y - 7 = 9$ ،

$3x + 4y - 2 = 0$ والذي يكون عموديا على المستقيم الأول .

✍ [١٢] أوجد معادلة المستقيم امار بنقطة تقاطع المستقيمين :

$\vec{r} = (3, -2) + t(1, 0) + s(0, 1) + (4, 5) : \vec{r} = (1, 0) + t(2, -1) + s(3, -2)$

والنقطة $(3, 3)$ تبعد عنه بمقدار $\frac{1}{\sqrt{2}}$ وحدة طول

✍ [١٣] أوجد معادلة المستقيم امار بنقطة تقاطع المستقيمين :

$3x + 4y = 3$ ، $3x - 4y = 3$ ويمر بالنقطة $(3, 0)$

✍ [١٤] أوجد معادلة المستقيم امار بنقطة تقاطع المستقيمين :

$$0 = 1 + 4x - 3y \text{ ويكون موازيا للمستقيم } 0 = 4 - 4x - 3y, 0 = 0 + 4x - 3y$$

✍ [١٥] أثبت أن المستقيمين: $0 = 0 + 4x + 3y$ ، $0 = 14 + 4x - 3y$ متعامدان

ثم أوجد نقطة تقاطعهما ومعادلة الخط المستقيم امار بنقطة تقاطعهما والنقطة (١، ٢)

✍ [١٦] أثبت أن المستقيمين: $0 = 14 + 4x - 3y$ ، $0 = 14 + 4x - 3y$ متقاطعان على التعامد ، ثم أوجد : نقطة تقاطعهما .

ثم أوجد المعادلة المتجهة للمستقيم الذي يمر بنقطة التقاطع والنقطة (١، ٢)

✍ [١٧] أوجد معادلة المستقيم امار بنقطة تقاطع المستقيمين :

$$0 = 4x + 3y - 6 \text{ ويكون عموديا على المستقيم الأول } 0 = 4x + 3y - 8$$

✍ [١٨] أوجد معادلة المستقيم امار بنقطة تقاطع المستقيمين : $0 = 4x - 3y$ ، $0 = 4x + 3y - 1$ ويكون عموديا على المستقيم الثاني

✍ [١٩] اثبت أن المستقيمين: $0 = 0 + 4x + 3y$ ، $0 = 14 + 4x - 3y$ متعامدان

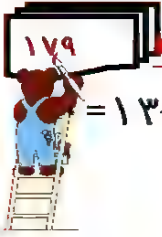
ثم أوجد نقطة تقاطعهما ومعادلة المستقيم امار بنقطة التقاطع و النقطة (١، ٢)

✍ [٢٠] أوجد معادلة المستقيم امار بنقطة تقاطع المستقيمين : $0 = 4x + 3y - 1$ ، $0 = 4x - 3y - 3$ ويقطع من الجزء السالب لمحور الصادات جزء طوله ٣ وحدات

✍ [٢١] أوجد معادلة المستقيم امار بنقطة تقاطع المستقيمين :

$$0 = 4x + 3y - 2 \text{ ويكون موازيا لمحور الصادات } \frac{4x - 2}{3} = \frac{2 - 3y}{2} \text{ ، } 2 = 4x + 3y$$

✍ [٢٢] أوجد معادلة المستقيم امار بنقطة تقاطع المستقيمين : $0 = 4x - 3y$ ، $0 = 4x - 3y$ ويقطع من الجزء الموجب لمحور الصادات طولين متساويين



✍ [٢٣] أوجد معادلة المستقيم امار بنقطة تقاطع المستقيمين : $٣٣ - ٤٥٥ - ١٣ = ٠$

$$٠ = ٧ + ٣٣ - ٤٥٢ : \text{ويوازي المستقيم} \quad ٠ = ٩ + ٤٥٥ - ٣٣٤$$

✍ [٢٤] أوجد معادلة المستقيم امار بنقطة تقاطع المستقيمين : $٤ = ٤٥ + ٣٣$

، $٢ = ٤٥ - ٣٣$ ، طول العمود النازل عليه من نقطة الأصل يساوي وحدة طولية .

✍ [٢٥] أوجد معادلة المستقيم امار بنقطة تقاطع المستقيمين : $٠ = ١١ - ٤٥٢ - ٣٣$

، $١ + ٣٣ - ٤٥٣$ والنقطة $(١, ٢)$ تبعد عنه بمقدار $\sqrt{٥}$ وحدة طول

✍ [٢٦] أوجد معادلة المستقيم امار بنقطة الأصل ويصنع زاوية مع محور السينات

قياسها ضعف قياس الزاوية التي يصنعها المستقيم : $٤٥ = ٢, ٠, ٣٣$ مع محور السينات

✍ [٢٧] إذا كانت : $١, ١, ٢, ٣, ٤, ٥, ٦, ٧, ٨, ٩, ١٠, ١١, ١٢, ١٣, ١٤, ١٥, ١٦, ١٧, ١٨, ١٩, ٢٠, ٢١, ٢٢, ٢٣, ٢٤, ٢٥, ٢٦, ٢٧, ٢٨, ٢٩, ٣٠$ ثلاثة رؤوس في الشكل

الرباعي الدائري $١, ٢, ٣, ٤$ الذي فيه : $٩٠^\circ = (٢, ٣)$ أوجد

١ معادلة المستقيم $١, ٢$ ٢ معادلة المستقيم $٢, ٣$ ٣ إحداثي نقطة ج

✍ [٢٨] إذا كانت : $١, ٢, ٣, ٤, ٥, ٦, ٧, ٨, ٩, ١٠, ١١, ١٢, ١٣, ١٤, ١٥, ١٦, ١٧, ١٨, ١٩, ٢٠, ٢١, ٢٢, ٢٣, ٢٤, ٢٥, ٢٦, ٢٧, ٢٨, ٢٩, ٣٠$ نقطتان ثابتتان فأوجد النقطة أو النقط

ج التي تنتمي لمحور السينات بحيث تكون مساحة المثلث $١, ٢, ٣$ تساوي ٣٠ وحدة مربعة

✍ [٢٩] إذا كانت النقطة ١ هي مسقط النقطة ٢ على المستقيم

$$٠ = ٤ - ٤٥٢ + ٣٣ : \text{أوجد إحداثي النقطة } ١$$

✍ [٣٠] إذا كانت : $١, ٢, ٣, ٤, ٥, ٦, ٧, ٨, ٩, ١٠, ١١, ١٢, ١٣, ١٤, ١٥, ١٦, ١٧, ١٨, ١٩, ٢٠, ٢١, ٢٢, ٢٣, ٢٤, ٢٥, ٢٦, ٢٧, ٢٨, ٢٩, ٣٠$ هي رؤوس شبه منحرف

أوجد معادلة المستقيم امار بنقطة الأصل ويقسمه الى نصفين متساويين في المساحة .


$$v = \frac{v_p}{\rho} + \frac{v_m}{\rho}, \quad v = \frac{v_p}{\rho} + \frac{v_m}{\rho}$$

جواب = 9 و 9 کا انت واحدات 9، (0، 0)، 1، (1، 7)، 0، (3، 0)، 2، (3، 3)، 3، (3، 3)

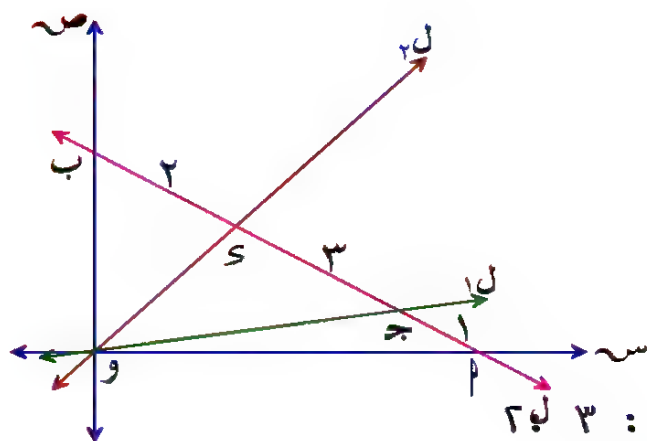
۳۳ قیم

معادلة

❶ احدثي نقطة

٥ النسبة التي تقسم بها > القطعة المستقيمة

٤) إحداثي نقطة جـ



✍ (٣٣) في الشكل المقابل :

• = 9 - 403 + 55 : d : **المستقيم**

يقطع محوري الإحداثيات في النقطتين ٢ ، ٣

، المستقيمان d_1, d_2 ، يقطعان المستقيم d

في النقطتين ج ، د على الترتيب

بجيث تكون النسبة بين $٢٠ : ٣ = ٤ : ١$

أوجد $(\geq 90\%)$ ثم أوجد معادلة كل من \mathbb{L}, \mathbb{L}_r

طریقان مستقیمان : **(۳۴)**

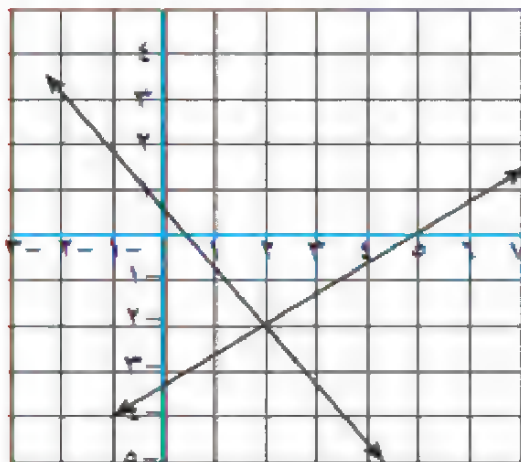
معادلة مسار الأول : $3u - 4v - 14 = 0$

• معادلة مسار الثاني $\epsilon = 3 - 2 + 1 = 2$

أثبت أن الطريقتين متعامدان ، ثم أوجد :

① نقطة تقاطعها .

٢) معادلة المستقيم المار بنقطة التقاطع و النقطة (٣ - ٢)

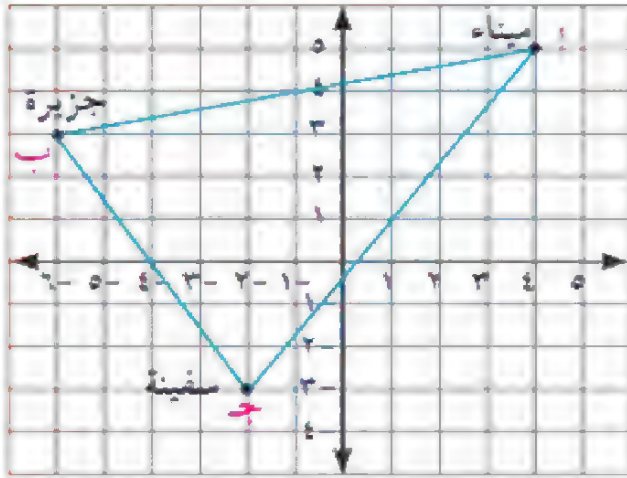




ك (٣٥) إذا كان : $ل_1 : ٣٣ + ٥٥٢ - ٧ = ٠$

ل_٢ : $ل_1 + ل_2 = ١٠$ أوجد :

- ① المعادلة الكارتيزية للمستقيم ل_٢
- ② قياس الزاوية بين المستقيمان ل_١ ، ل_٢
- ③ نقطة تقاطع المستقيمان ل_١ ، ل_٢
- ④ معادلة المستقيم المار بنقطة تقاطع المستقيمين والنقطة (٤ ، ٣)
- ⑤ طول العمود المرسوم من نقطة تقاطع المستقيمين الى الخط المستقيم الذي معادلته : $٣٣ - ٤٥٤ - ٩ = ٠$
- ⑥ مساحة سطح المثلث المحدد بالمستقيمين ل_١ ، ل_٢ ومحور السينات .



ك (٣٦) يبين الشكل المقابل :

شبكة تربيعة مقسمة باطيل البحرى ،
مبين عليها إحداثيات كل من :

الميناء م (٥ ، ٤) والجزيرة ب (٣ ، ٦) والسفينة ج (٢- ، ٣-). أوجد

- ① المسافة باطيل البحرى بين الميناء والسفينة .
- ② الزمن الذى استغرقته السفينة فى قطع المسافة $\overline{م ب}$ إذا كانت سرعته ٢٠ عقدة .
- ③ النسبة التى تنقسم بها $\overline{ب ج}$ بمحور السينات ، ثم أوجد إحداثيا نقطة التقسيم .
- ④ معادلة مسار السفينة إذا كانت تتحرك فى خط مستقيم .
- ⑤ أقصر مسافة بين الجزيرة والسفينة .
- ⑥ قياس الزاوية المحصورة بين $\overline{م ب}$ ، $\overline{م ج}$.
- ⑦ مساحة سطح المثلث م ب ج .

أولاً الجبر وحساب المثلثات

الوحدة الأولى

المصفوفات

الدرس الأول

اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

$$\textcircled{1} \text{ إذا كان } P = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 5 & 2 & 0 \end{pmatrix} \text{ فإن } P_{11} + P_{12} = \dots\dots\dots$$

٣

٢

١

صفر

$$\textcircled{2} \text{ إذا كان } P = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \text{ فإن } P_{11} + P_{12} = \dots\dots\dots$$

٨

٥

٣

٢

$$\textcircled{3} \text{ إذا كان } P \text{ مصفوفة على النظم } 3 \times 2 \text{ فإن عدد عناصر } P = \dots\dots\dots$$

٦

٥

٣

٢

$$\textcircled{4} \text{ إذا كان } P \text{ مصفوفة مربعة وكان عدد الصفوف يساوي } 3 \text{ فإن عدد الأعمدة يساوي } \dots\dots\dots$$

٤

٣

٢

١

٥ المصفوفة هي مصفوفة جميع عناصرها أصفار ما عدا عناصر القطر الرئيسى
فيكون أحدهما على الأقل مغيراً للصفر .

المربعة

الوحدة

القطرية

الصفرية

$$\textcircled{6} \text{ إذا كانت ج } = (\text{ح مرع}) \text{ على النظم } 3 \times 3 \text{ بحيث ح مرع } = 3 \text{ ص } + 2 \text{ ع فإن ح مرع } = \dots\dots\dots$$

٧

٥

٣

١

$$\textcircled{7} \text{ إذا كانت } P \text{ مصفوفة مربعة على النظم } 3 \times 2 \text{ ، ب مصفوفة مربعة فإن المصفوفة ب } P$$

تكون على النظم

 3×2 2×3 3×3 2×2

٨) إذا كان $P = (P \text{ مرع})$ حيث $ص = 1$ ، $ع = 1$ ، 2 ، 3 هي

$$\begin{pmatrix} 11P & 11P \\ 21P & 21P \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 11P & 11P \\ 22P & 22P \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 11P \\ 22P \\ 31P \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 11P & 22P & 31P \end{pmatrix}$$

٩) إذا كانت المصفوفة P على النظم 2×3 فإن عدد عناصر P يساوي

$$9$$

$$6$$

$$3$$

$$2$$

١٠) إذا كانت المصفوفة $س = (س \text{ هـ})$ على النظم 2×3 حيث $س \text{ هـ} = هـ - ي + 1$ فإن $س = 12$

$$5$$

$$2$$

$$1$$

$$\text{صفر}$$

١١) إذا كان $P = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ فإن $11P + 22P = \dots\dots\dots$

$$3$$

$$2$$

$$1$$

$$0$$

١٢) إذا كانت المصفوفة P على النظم $ص \times ع$ وكان عدد عناصر المصفوفة P يساوي ١٢ حيث عدد الصفوف عدد أولي فإن عدد الأعمدة يمكن أن يكون

$$6, 3$$

$$6, 2$$

$$6, 4$$

$$4, 3$$

١٣) إذا كان $P = (P \text{ مرع})$ على النظم 2×2 حيث $P \text{ مرع} = ص + ع - ع^1$ فإن $P = \dots\dots\dots$

$$\begin{pmatrix} 1- & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1- & 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1- & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1- \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

١٤) إذا كان $P = (P \text{ مرع})$ على النظم 2×2 حيث :

$$\left. \begin{array}{l} 2 \text{ ص} - ع \\ \text{صفر} \\ ع + 3 - \text{ص}^1 \end{array} \right\} = P \text{ مرع}$$

عندما $ع < ص$
عندما $ص = ع$
عندما $ص < ع$

فإن المصفوفة $P = \dots\dots\dots$

$$I2$$

$$\square$$

$3I$

$$I$$

١٥ مصفوفة الوحدة هي مصفوفة قطرية يكون فيها كل عناصر القطر الرئيسى مساوية

١	٢	صفر	٣
---	---	-----	---

١٦ أي مما يأتي يكفي لإيجاد قيمة المقدار (س + ص + م) حيث $P = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 5 & 3 & 2 \\ 3 & 5 & 3 \end{pmatrix}$

$P = P$	$P - P = 0$	P مصفوفة قطرية	جميع ما سبق
---------	-------------	------------------	-------------

١٧ (س^م)^م + س^{هـ} =

٢ س	صفر	س	\square
-----	-----	---	-----------

١٨ إذا كان P مصفوفة قطرية على النظم 3×3 وكان $P_{rr} = 5$ لكل $s = 1, 2, 3$ فإن

$I = P$	$I \cdot 5 = P$	$\square = P$	$\square = 5$
---------	-----------------	---------------	---------------

١٩ إذا كانت \square المصفوفة الصفرية على النظم 3×3 فإن عدد عناصر المصفوفة =

صفر	٣	٩	\emptyset
-----	---	---	-------------

٢٠ إذا كان P مصفوفة على النظم 2×2 وكان $P_{rr} = \frac{s}{s}$

فإن $P_{11} \times P_{21} \times P_{12} \times P_{22} = \dots\dots\dots$

٤	٢	١	$\frac{1}{2}$
---	---	---	---------------

تساوى مصفوفة والمصفوفات المتماثلة وشبه المتماثلة

الدرس الثانى

اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

١ إذا كانت $P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 3 \\ 5 & 5 & 5 \end{pmatrix}$ مصفوفة متماثلة فإن س =

١-	صفر	٥	٥-
----	-----	---	----

٢ إذا كانت P مصفوفة شبه متماثلة فإن $P + P^T = \dots\dots\dots$

P^2	$2P$	\square	صفر
-------	------	-----------	-----

ضرب المصفوفات

الدرس الرابع

أختار الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

١) إذا كانت P مصفوفة على النظم 3×1 ، Q مصفوفة على النظم 1×3 فإنه يمكن إجراء العملية الآتية.....

- $P + Q$ $P + Q^T$ $P + Q^T$ $P + Q$

٢) إذا كانت S على النظم 4×3 ، T على النظم 3×4 فإن $S \times T$ على النظم

- 4×4 3×3 3×4 4×3

٣) إذا كانت المصفوفة P على النظم 2×1 ، المصفوفة Q على النظم 3×2 فإنه يمكن إيجاد

- $P - Q$ $P + Q$ PQ QP

٤) إذا كانت S مصفوفة بحيث $S = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ فإن $S^T =$

- $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

٥) إذا كانت P ، Q مصفوفتين حيث $P = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ فإن $P^T Q =$

- $\begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

٦) إذا كان $P = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ ، $Q = \begin{pmatrix} 5 & 2 \end{pmatrix}$ فإن $PQ =$

- $\begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 1 & 15 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 15 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 \end{pmatrix}$

٧) إذا كان $P = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ فإن $P^T =$

- $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

٩) إذا كانت P مصفوفة بحيث $P \times \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ فإن P يمكن أن تكون

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

١٠) إذا كانت المصفوفة P على النظم 2×3 والمصفوفة P ب على النظم 1×3 فإن المصفوفة ب على النظم

$$3 \times 2$$

$$3 \times 3$$

$$1 \times 3$$

$$1 \times 2$$

١١) إذا كانت P ، ب مصفوفتين حيث : $P = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$ فإن P^{-1} مد =

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$$

١٢) إذا كانت P مصفوفة على النظم 3×2 ، ب مصفوفة على النظم 3×2 فإن $P + B$ =

$$\text{غير ذلك}$$

$$1$$

$$5$$

$$4$$

١٣) إذا كانت P مصفوفة على النظم 3×2 ، ب مصفوفة على النظم 3×2 فإنه يمكن إجراء العملية الآتية

$$P + B$$

$$P + B^{-1}$$

$$P + B^{-1}$$

$$P + B$$

١٤) إذا كان P ، ب مصفوفتين وكان P ب معرف فإن $P(B)$ مد =

$$P + B$$

$$P + B$$

$$P + B^{-1}$$

$$P + B$$

١٥) إذا كان $P = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ فإن $P^{-1} = I - P + P^2 - P^3 + \dots$ =

$$\boxed{}$$

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$$

١٦) إذا كان $P = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ فإن $P^{-1} = \dots$ =

$$I$$

$$P + 3$$

$$P + 2$$

$$P$$

٢١) إذا كان P ، B مصفوفتين حيث $P = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$ فإن $B^T P^T =$

$$\begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$$

٢٢) إذا كانت كل من P ، B مصفوفة متماثلة فإن المصفوفة $(P - B)$ تكون

مثليين

قطرية

شبه متماثلة

متماثلة

٢٣) إذا كان $I = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ فإن $S =$

٥

٤

١

صفر

٢٤) إذا كانت P مصفوفة على النظم 2×2 ، B مصفوفة على النظم 3×2 فإن المصفوفة B على النظم

$$3 \times 3$$

$$3 \times 2$$

$$2 \times 3$$

$$2 \times 2$$

٢٥) إذا كانت P مصفوفة على النظم 3×3 ، B^T مصفوفة على النظم 3×1 فإنه يمكن إجراء العملية الآتية

$$P - B$$

$$P + B^T$$

$$B + P^T$$

$$P + B$$

٢٦) إذا كان P ، B مصفوفتان حيث $P = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}$ فإن $B^T P^T =$

$$\begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}$$

٢٧) إذا كان $P = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & -\cos \theta \end{pmatrix}$ فإن $P^{1000} =$

غير ذلك

 P I P

٢٨) إذا كانت P مصفوفة على النظم $m \times l$ ، B مصفوفة على النظم $r \times n$ فإن $P \times B$ يكون معرفاً إذا كان

$$m = n$$

$$r = n$$

$$l = r$$

$$m = r$$

الوحدة الثانية

المحددات

الدرس الأول

اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

$$\textcircled{1} \text{ إذا كان } P = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \text{ فإن } |P| = \dots\dots\dots$$

١١-

١١

١-

١

$$\textcircled{2} \text{ إذا كان } P \text{ مصفوفة مربعة بحيث } |P| = 2 \text{ فإن } |P^T| = \dots\dots\dots$$

٢

 $\frac{1}{2}$

٢-

صفر

$$\textcircled{3} \text{ إذا كان } \begin{vmatrix} 2- & س \\ س & ١٨- \end{vmatrix} = \text{ صفر فإن س } = \dots\dots\dots$$

١٢

 $٦ \pm$

٩

٦

$$\textcircled{4} \text{ قيمة المحدد } \begin{vmatrix} ٧ & ٣ & ٢- \\ ٥ & ٤ & ٠ \\ ٣- & ٠ & ٠ \end{vmatrix} = \dots\dots\dots$$

صفر

٢٤٢

٢٤

٢٤-

$$\textcircled{5} \text{ إذا كان } \begin{vmatrix} ٥ & س \\ س & ٣ \end{vmatrix} = ١٢ \text{ فإن س } = \dots\dots\dots$$

٢٧

١٢

٣

١٥

$$\textcircled{6} \text{ إذا كان } \begin{vmatrix} ٢- & س \\ ٢ & ٣ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ٠ & ٢ \\ ٤ & ٣ \end{vmatrix} \text{ فإن س } = \dots\dots\dots$$

٢

١

٣-

٧

$$\textcircled{7} \text{ إذا كان } \begin{vmatrix} ٢س & ٣ & ٢ \\ ٠ & ٤ & ١ \\ ٠ & ٣ & ٢ \end{vmatrix} = ٤٨ \text{ فإن س } = \dots\dots\dots$$

٥

٤

٣

٢

٤) إذا كان للمصفوفة $\begin{pmatrix} 6 & س \\ س & 6 \end{pmatrix}$ معكوساً ضربياً فإن $س \neq \dots$

ح - $\{6, -6\}$

$\{6 \pm\}$

$\{6-\}$

$\{6\}$

٥) إذا كانت P مصفوفة شبه متماثلة على النظم 2×2 فإن P^{-1} تكون

غير موجودة

مصفوفة قطرية

شبه متماثلة

متماثلة

٦) إذا كانت المصفوفة $س$ هي المعكوس الضربي للمصفوفة $ص$ فإن

$س = \frac{1}{ص}$

$س = ص = \square$

$س = ص = I$

$س + ص = \square$

٧) إذا كانت $س = \begin{pmatrix} 1 & ظا \\ -ظا & 1 \end{pmatrix}$ فإن $س^{-1} = \dots$

قا θ س مد

قا θ س

جتا θ س مد

جتا θ س

٨) إذا كانت $P = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ وكانت $P^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & س \end{pmatrix}$ فإن $س = \dots$

$5-$

5

$3-$

3

٩) قيمة $ك$ التي تجعل المصفوفة $\begin{pmatrix} 2 & ك \\ ك & 8 \end{pmatrix}$ ليس لها معكوس ضربي هي

$8 \pm$

8

$4 \pm$

$4-$

١٠) إذا كانت المصفوفة $\begin{pmatrix} 3 & س \\ س & 12 \end{pmatrix}$ ليس لهما معكوس ضربي فإن $س = \dots$

ح - $\{6, -6\}$

ح - $\{6\}$

$6 \pm$

6

١١) إذا كان P ، B مصفوفتين على النظم 2×2 وكان $P \times B = \dots$

فإن P ، B كلاهما معكوس ضربي للآخر

I

P

B

P

١٤) النقطة تنتمي لمجموعة حل المتباينة $س + ٣ < ٦$

(١، ٢)

(٢، ٠)

(٠، ٢)

(١، ١)

١٥) المستقيم $س = ٢$ يمثل بيانياً بمستقيم يوازي

محور السينات

محور الصادات

س + ص = ٣

ص = ٢

١٦) المستقيم $ص = ٣$ يمثل بيانياً بخط مستقيم يوازي

محور السينات

محور الصادات

س + ص = صفر

س = ٣

١٧) إذا كانت (١، ص) تنتمي إلى منطقة حل المتباينة $س + ٢ > ٧$ فإن

ص > ٣

ص < ٣

ص = ٣

ص < ٧

١٨) النقطة لا تقع في منطقة حل المتباينة $س + ٤ \leq ٤$

(١، ٤)

(٠، ٣)

(٣، ٢)

(١-، ٦)

١٩) إذا كانت النقطة (٣، ٤) تنتمي لمجموعة حل المتباينة $س + ٤ \geq ك$ فإن

ك < ٧

ك > ٧

ك ≤ ٧

ك > صفر

٢٠) النقطتان (١، ٥)، (٣، ٥) تنتميان لمجموعة حل المتباينة $س + ٨ \dots\dots\dots$

>

≤

<

≥

٢١) منطقة حل المتباينتين $س > ٠$ ، $ص > ٠$ تقع في الربع

الأول

الثاني

الثالث

الرابع

٢٢) النقطة التي تنتمي لمجموعة حل المتباينات $س < ٢$ ، $ص < ١$ ، $س + ٣ \leq ٣$ هي

(٣، ٢)

(٢، ٤)

(١، ٢)

جميع ما سبق

٢٣) إذا كانت س، ص أعداد صحيحة حيث $س < ٠$ ، $ص < ٠$ ، $س + ٥ > ٥$ فإن عدد

الأزواج المرتبة (س، ص) التي تحقق الشروط السابقة يساوي

٤

٥

٦

٧

٢٤) النقطة التي تنتمي إلى مجموعة حل المتباينات الآتية $s < 0$ ، $s < 0$ ، $s + 2 > 4$ ،

$s + 3 > 6$ هي

$$(1, 1)$$

$$(3, 2)$$

$$(0, 3)$$

$$(-1, -2)$$

٢٥) النقطتان $(2, 1)$ ، $(3, 2)$ تنتميان لمجموعة حل المتباينة $s + 2 \leq 5$

$$\leq$$

$$<$$

$$\geq$$

$$>$$

٢٦) إذا كانت (p, b) ينتمي لمجموعة حل المتباينة : $s + 2 \leq 5$ حيث p ، b أعداد صحيحة

فإن أقل قيمة للمقدار $2p + 4b =$

$$6$$

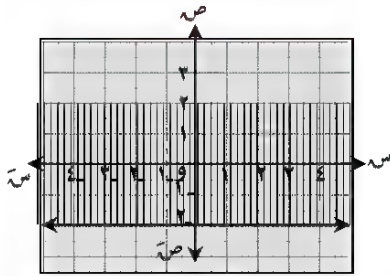
$$10$$

$$-5$$

$$5$$

٢٧) فى الشكل المقابل :

يمثل مجموعة حل المتباينة



$$s \leq -2$$

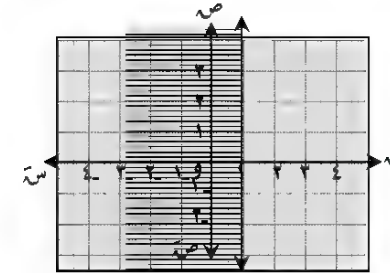
$$s < -2$$

$$s > -2$$

$$s \geq -2$$

٢٨) فى الشكل المقابل :

يمثل مجموعة حل المتباينة



$$s \geq 1$$

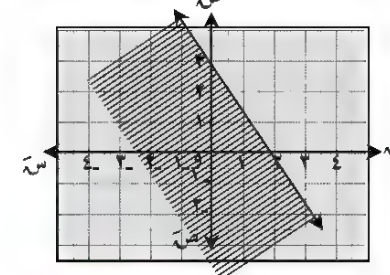
$$s > 1$$

$$s < 1$$

$$s \leq 1$$

٢٩) فى الشكل المقابل :

يمثل مجموعة حل المتباينة



$$3s + 2 \leq 6$$

$$3s + 2 < 6$$

$$3s + 2 \geq 6$$

$$3s + 2 > 6$$

ثانيا : حساب المثلثات

الوحدة الأولى

العلاقات الأساسية الدوال المعطاة

الدرس الأول

اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

١ أبسط صورة للمقدار : $1 + \tan^2 \theta$ هي

١

٢

٣

٤

٢ المقدار $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta - \tan^2 \theta$ = (في أبسط صورة)

١

٢

٣

٤

٣ المقدار $\cos^2 \theta - \sin^2 \theta$ ($\theta = 90^\circ$) في أبسط صورة يساوي

١

٢

٣

٤

٤ إذا كان $\cos \theta = \frac{3}{4}$ فإن $\tan^2 \theta + 3$ =

١

٢

٣

٤

٥ $2 \cos^2 30^\circ + 2 \sin^2 30^\circ =$

١

٢

٣

٤

٦ $\begin{vmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{vmatrix} =$

١

٢

٣

٤

٧ إذا كانت : $\tan \theta - \cot \theta = \frac{1}{5}$ فإن $\tan^2 \theta + \cot^2 \theta =$

١

٢

٣

٤

٨ إذا كانت $\cos \theta = 5$ فإن $\tan^2 \theta =$

١

٢

٣

٤

$$\textcircled{9} \quad \frac{\text{حا } \theta}{\text{قنا } \theta} + \frac{\text{حنا } \theta}{\text{قنا } \theta} = \dots\dots\dots$$

ظا θ	حا θ + جنا θ	قا θ قنا θ	١
-------------	----------------------------	--------------------------	---

$$\textcircled{10} \quad \text{حا } \theta \text{ س } \theta + \text{جنا } \theta \text{ س } \theta = \dots\dots\dots$$

١	٥	٢٥	١٠
---	---	----	----

$$\textcircled{11} \quad \text{حا } \theta + \text{جنا } \theta + \text{ظا } \theta = \dots\dots\dots$$

١	قا θ	قنا θ	ظنا θ
---	-------------	--------------	--------------

$$\textcircled{12} \quad ٢ \text{ حا } \theta + ٣ \text{ س } \theta + ٢ \text{ جنا } \theta + ٣ \text{ س } \theta = \dots\dots\dots$$

١	٢	٤	٦
---	---	---	---

$$\textcircled{13} \quad \text{إذا كانت حا } \theta + \text{جنا } \theta = ٣ \text{ فإن حا } \theta \text{ جنا } \theta = \dots\dots\dots$$

٣	٩	٤	٢ ±
---	---	---	-----

$$\textcircled{14} \quad \frac{\text{ظا } \theta \text{ ظنا } \theta}{\text{قا } \theta} \text{ في أبسط صورة يساوي } \dots\dots\dots$$

حا θ	جنا θ	قا θ	قنا θ
-------------	--------------	-------------	--------------

$$\textcircled{15} \quad \text{المقدار حا } \theta \text{ جنا } \theta \text{ ظا } \theta \text{ في أبسط صورة يساوي } \dots\dots\dots$$

جا θ	جنا θ	ظا θ	١ - حا θ
-------------	--------------	-------------	-----------------

$$\textcircled{16} \quad \frac{\text{المقدار } ١ - \text{حنا } \theta}{١ - \text{حا } \theta} \text{ في أبسط صورة يساوي } \dots\dots\dots$$

- ظا θ	- ظنا θ	- قنا θ	ظنا θ
---------------	----------------	----------------	--------------

$$\textcircled{17} \quad \text{ظنا } \theta \text{ قنا } \theta \text{ جنا } \theta = \dots\dots\dots$$

ظنا θ	قنا θ	جنا θ	١
--------------	--------------	--------------	---

$$\textcircled{18} \quad \text{ظا } \theta (١ - \text{ظنا } \theta) = \dots\dots\dots$$

١ + ظنا θ	ظنا θ - ١	١ - ظنا θ	١ - ظا θ
------------------	------------------	------------------	-----------------

$$\dots\dots\dots = \gamma (\theta_{\text{ظنا}^{\text{ا}}\text{قتا}^{\text{ا}}} - \theta_{\text{ظنا}^{\text{ا}}}) \quad (29)$$

 γ_-

$$\dots\dots\dots = (\theta_{\text{ظا}} + \theta_{\text{قا}}) (\theta_{\text{ظا}} - \theta_{\text{قا}}) \quad (30)$$

ظا ٥

٢٤٥



٢٥
٩

٣١ إذا كان قتا $\theta = \frac{25}{9}$ فإن طتا $\theta = \dots\dots\dots$


$$\frac{9}{16}$$
$$\frac{17}{9}$$

..... = (٣٢) ح۱ + ح۲ (١٨٠ - θ)

٢ حاء ث

ظاہر

صفر

المقدار (٣٣) $\frac{(ح_1 - ح_2) + (ح_2 - ح_3) + \dots + (ح_{n-1} - ح_n)}{ح_1 - ح_n}$ في أبسط صورة يساوي

قاف

ظاہر

(٢٤) إذا كان المقدار $\frac{1 - \cos \theta}{1 + \cos \theta}$ ، θ زاوية حادة فإن $\theta = \dots\dots\dots$ °

Yes

6.

40



٣٥ كل الكميات التالية متساوية ما عدا

فتا^۱ θ - ظتا^۱ θ

$$\text{ح}(\theta + \frac{\pi}{f}) \text{ و } \text{ق}(\theta -)$$

حتا $(\theta + \frac{\pi}{2})$ قا $(\theta -)$

$$\frac{\text{حنا}}{\theta} - \frac{\text{ظنا}}{\theta}$$

﴿٣٦﴾ إذا كان $p = 4$ حاس $3 + 3$ جتا s ، $b = 4$ جتا $s - 3$ حاس فإن $\sqrt{p} + b = 4 + 3 = 7$

۵ ظاس

۵ حاس

۵۔ جتنا س

٥ مجموعة حل المعادلة : $\theta + 1 = \text{صفر}$ حيث $\theta \in [0, \pi]$ هي

- $\{30\}$ $\{60\}$ $\{90\}$ $\{120\}$

٦ إذا كان $\theta - 1 = \text{صفر}$ ، $\theta \in [\frac{\pi}{4}, \pi]$ فإن $\theta = \dots\dots\dots^\circ$

- ٤٥ 135 225 315

٧ إذا كان $\theta - 1 = 0$ حيث $\theta \in [0, \pi]$ هي

- $\{120, 60\}$ $\{15, 30\}$ $\{330, 30\}$ $\{300, 60\}$

٨ إذا كان $\sqrt{3} \theta - 1 = \text{صفر}$ ، $\theta \in [0, 180^\circ]$ فإن $\theta = \dots\dots\dots^\circ$

- ٣٠ 60 120 150

٩ الحل العام للمعادلة $\theta = 1$ هو حيث $n \in \mathbb{Z}$

- $\frac{\pi n}{2}$ $\pi n + \frac{\pi}{4}$ $\pi n + \frac{\pi}{2}$ $\pi n + \frac{\pi}{4}$

١٠ الحل العام للمعادلة $\theta = 1$ هو

- πn $\pi n + \frac{\pi}{4}$ $\pi n + \frac{\pi}{2}$ $\pi n + \frac{\pi}{4}$

١١ إذا كانت $0 \leq \theta \leq 360^\circ$ وكانت $\theta - 1 = \text{صفر}$ فإن $\theta = \dots\dots\dots^\circ$

- ٠ 90 180 270

١٢ إذا كان $\theta - 1 = \text{صفر}$ ، $\theta \in [0, \pi]$ فإن $\theta = \dots\dots\dots$

- ٣٠ 45 60 135

١٣ الحل العام للمعادلة $\theta = \frac{1}{3}$ هو (ن $\in \mathbb{Z}$)

- $\pi n + \frac{\pi}{3}$ $\frac{\pi}{6} \pm \pi n$ $\pi n + \frac{\pi}{6}$ $\frac{\pi}{3} \pm \pi n$

١٤ إذا كان θ حلاً للمعادلة $\theta = \frac{1}{6}$ ، $\theta \in [0, \frac{\pi}{6}]$ فإن مجموعة الحل هي

- \emptyset $\{\frac{\pi}{3}\}$ $\{\pi - \frac{\pi}{3}\}$ $\{\pi - \frac{\pi}{3}\}$

٢٥) الحل العام للمعادلة θ جتا $\theta = 2$ حـ θ هو

$$\pi \pm 2$$

$$\pi \pm$$

$$\pi \pm 2$$

$$\pi$$

٢٦) الحل العام للمعادلة : حـ $\theta - \sqrt{3} \theta$ جتا $\theta =$ صفر هو

$$\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

$$\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

$$\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

$$\pi \pm 2 + \frac{\pi}{3}$$

٢٧) الحل العام للمعادلة قا $\theta =$ ظا θ هو حيث $\theta \in \mathbb{R}$

$$\pi \pm 2 + \frac{\pi}{4}$$

$$\pi \pm \frac{\pi}{4}$$

$$\pi$$

$$\pi \pm 2 + \pi$$

٢٨) إذا كان $\theta = 1$ حيث $\theta \in [0, \pi]$ فإن $\theta =$

$$270$$

$$180$$

$$90$$

$$45$$

٢٩) إذا كان حـ $\theta +$ جـ $\theta = 1$ فإن

$$\theta - \theta = 1$$

$$\theta + \theta = \text{صفر}$$

$$\theta - (\theta + 1) = 1$$

$$\theta - \theta = 1$$

٣٠) إذا كان حـ $\theta +$ جـ $\theta = 1$ فإن

$$\theta + \theta = \text{صفر}$$

$$\theta + \theta = \text{صفر}$$

$$\theta + \theta = \text{صفر}$$

$$\theta - \theta = \text{صفر}$$

حل المثلث القائم

الدرس الثالث

زوايا الارتفاع والانخفاض

١) في θ حـ القائم الزاوية في ب إذا كان حـ $\theta = 1$ سم ، ق $\theta = 50$ فإن ب حـ =

$$20 \text{ سم}$$

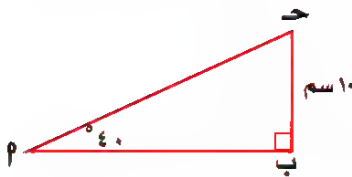
$$7,07 \text{ سم}$$

$$17 \text{ سم}$$

$$11 \text{ سم}$$

٢) في الشكل المقابل :

$$\theta = \dots \text{ سم}$$



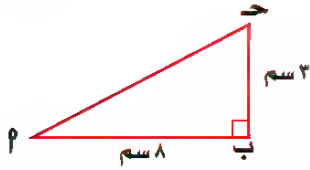
$$18$$

$$16$$

$$15,6$$

$$15$$

٣) في الشكل المقابل :

ق(ح) \approx °

٢١

 $45\frac{1}{2}$

٧٠

٩١

٤) يمكن حل المثلث القائم في الزاوية إذا علم جميع الحالات الآتية ما عدا

طول ضلعين فيه

قياسا زاويتين معلومتين

طول ضلع ووتر

طول ضلع وقياس زاوية

٥) في الشكل المقابل :



قيمة θ لأقرب درجة °

٤٨

٣٧

٤٦

٦٥

٦) م ب وتر في دائرة طوله ٨ سم ، طول نصف قطر الدائرة ٧ سم فإن بعد الوتر مركز الدائر

يساوي سم (أقرب سنتيمتر)

٨

٧

٦

٥

٧) م ب ح مثلث قائم الزاوية في ب ، م ب = ١٠ سم ، ق(ح) = ٤٠ °

تكون مساحته = سم^٢ (لأقرب سم^٢)

١٠٠

٨٠

٧٠

٦٠

٨) من قمة برج ارتفاعه ٥٠ متر قياست زاوية إنخفاض سيارة على الأرض فوجدت ٣٧ °

فإن بعد السيارة عن قاعدة البرج = متر

١١٠

٩٨

٦٦

٢٥

٩) سلم يستند بأحد طرفيه على حائط رأسي ويرتفع عن سطح الأرض ٣,٨ متر والطرف السفلي

للسلم على الأرض وقياس زاوية ميل السلم على الأرض ٦٤ ° فإن طول السلم = متر

٤,٢

٧,٨

١,٨

٣,٤

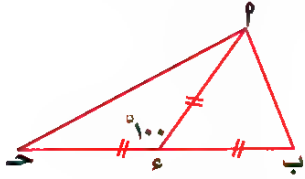
- ١٠ إذا كان P ب ح مثلث قائم الزاوية أطوال أضلاعه هي P ، $1 + P$ ، $1 - P$ حيث $1 < P$ فإن قياس أكبر زواياه الحادة هي تقريباً .

٥٦° ٤٢°

٥٣° ٨°

٥٨° ١٨°

٥٣° ٣٦°



- ١١ في الشكل المقابل : $P = \angle B = \angle H = 100^\circ$ سم

ق ($\angle P$) ح = 100° ، فإن P ح = سم

١٠ ح ٤٠

١٠ ح ٨٠

٢٠ ح ٤٠

٢٠ ح ٥٠

- ١٢ P ب ح مثلث قائم الزاوية في ب ، $P = \angle B = 3^\circ$ سم ومحيط المثلث P ب ح = 12° سم

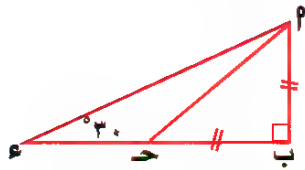
فإن ق (\angle) = °

٤٥

٣٧

٢٥

٢٠



- ١٣ في الشكل المقابل :

ب ح : ب ب = =

غير ذلك

٣١ : ٢١

٣١ : ١

١ : ٣١

- ١٤ فئار ارتفاعه ١٧ متر يلقي ظلا على الأرض طوله ٩ متر فإن قياس زاوية ارتفاعه الشمس عندئذ (لأقرب درجة)

٧٥

٧٠

٦٢

٢٦

- ١٥ يسر شخص في طريقه منحدر وعندما سار هذا الشخص مسافة ٨٠٠ متر كان ارتفاعه عن

سطح الأرض ٨٠ متر فإن زاوية ميل الطريق عن سطح الأرض = °

٥,٧٤

٦,٢٥

١٠

١٥

- ١٦ من قمة صخرة ارتفاعها ٥٠ متراً رصد شخص سفينتين في البحر على خط أفقي واحد من

قاعدة الصخرة فكانت زاوية إنخفاضها 30° ، 45° فإن البعد بين السفينتين = متر

غير ذلك

٣٦,٦

٨٦,٦

٥٠

١٦) قطاع دائري محيطه ٢٠ سم ، وطول قوسه ١٠ سم فإن مساحته تساوي

- ٢٠ ٥٠ ٤٥ ٢٥

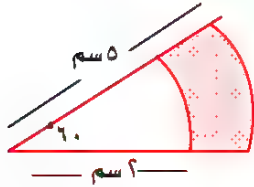
١٧) قياس زاوية القطاع الدائري الذي طول نصف قطره نق ومساحته $\frac{\pi}{6}$ نق = °

- ٣٠ ٦٠ ٩٠ ١٢٠

١٨) محيط القطاع الدائري الذي طول قوسه يساوي طول نصف قطره يساوي وحدة طول

- ٣ نق ٢ نق ٣ نق ٢ نق

١٩) في الشكل المقابل :



مساحة الجزء المظلل = سم²

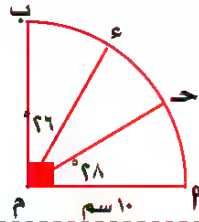
- $\pi \frac{7}{4}$ $\pi \frac{7}{6}$ $\pi 7$ $\pi 14$

٢٠) قطاع دائري محيطه ٤ نق سم حيث نق طول نصف قطره فإن القياس الدائري لزاويته

المركزية يساوي راديان

- $\frac{1}{2}$ ٨ ٢ $\frac{1}{3}$

٢١) في الشكل المقابل :



مساحة الجزء المظلل = سم²

- $\pi 10$ $\pi 20$ $\pi 30$ $\pi 40$

القطعة الدائرية

الدرس الخامس

أختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

١) مساحة القطعة الدائرية =

- $\frac{1}{6}$ نق² θ $\frac{1}{6}$ نق² $(\theta - \theta)$ $\frac{1}{6}$ نق² $(\theta - \theta)$ $\frac{1}{6}$ نق² $(\theta - \theta)$

٢) محيط القطعة الدائرية = طول قوسها +

- طول قطرها طول وترها طول نصف قطرها محيطها

ثانياً: الهندسة التحليلية

الدرس الأول

الكميات القياسية والكميات المتجهة

الوحدة الأولى

اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

١..... من الكميات القياسية .

السرعة

الكتلة

القوة

الإزاحة

٢..... من الكميات المتجهة .

السرعة

المسافة

الحجم

الزمن

٣..... هي أقصر بعدين بين نقطة البداية ونقطة النهاية.

الطول

السرعة

الإزاحة

المسافة

٤..... هي طول المسار الفعلي المقطوع أثناء الحركة من موضع إلى آخر.

الطول

السرعة

الإزاحة

المسافة

٥..... هي أقصر بعد بين نقطة البداية ونقطة النهاية.

الطول

السرعة

الإزاحة

المسافة

٦..... يتكافئ إذا كان لهما نفس الطول ونفس الاتجاه .

القطعتان المستقيمتان

القطعتان المستقيمتان الموجهتان

الشعاعان

المستقيمان

٧..... أي مما يلي يمثل كمية متجهة

الكتلة

الإزاحة

الحجم

الطول

٨..... \vec{P} ب حـ \vec{E} مربع تقاطع قطراه في م ، فإن أزواج القطعة المستقيمة الموجهة الآتية

متكافئة ماعداً

 \vec{P} ، \vec{B} ، \vec{M} ، \vec{C} \vec{P} ، \vec{E} ، \vec{C} \vec{B} ، \vec{M} ، \vec{E} \vec{P} ، \vec{B} ، \vec{C}

٩..... الشعاعان المتحدان في الاتجاه أو المتضادين في الاتجاه يحملهما

مستقيم واحد أو مستقيمان متوازيان

شعاع واحد

مستقيمان متوازيان

مستقيم واحد

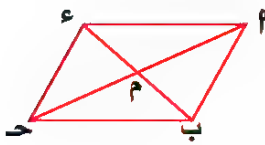
١٠ يرمز لطول القطعة المستقيمة الموجهة \vec{P} بالرمز

\vec{P}

$\|\vec{P}\|$

$\|\vec{P}\|$

P



١١ إذا كان P ب حء متوازي أضلاع فإن $\vec{P} = \vec{M}$

\vec{C}

\vec{M}

\vec{B}

\vec{D}

١٢ يوجد من القطع المستقيمة الموجهة التي يمكن رسمها في المستوى وكل منها تكافئ قطعة مستقيمة أخرى .

عدد لا نهائي

ستة

أربعة

ثلاثة



١٣ في الشكل المقابل :

المسافة الحادثة عندما يتحرك جسم من نقطة P إلى نقطة B ٥ سم

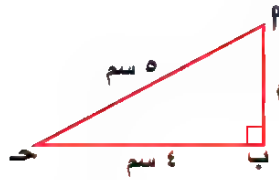
ثم من نقطة B إلى نقطة C تساوي سم

١٧

١٣

١٢

٥



١٤ في الشكل المقابل :

الإزاحة الحادثة عندما يتحرك جسم من نقطة P إلى نقطة B

ثم من نقطة B إلى نقطة C تساوي سم

٥

٧

٤

٣

١٥ تحرك رجل في اتجاه الشرق مسافة ٨٠ متر ثم ترك في اتجاه الغرب مسافة ٦٠ متر فإن المسافة المقطوعة خلال الرحلة الكلية = متر

غير ذلك

٢٠

١٤٠

٢٠

١٦ في المسألة السابقة تكون الإزاحة الحادثة للرحلة الكلية = متر

غير ذلك

٢٠-

١٤٠

٢٠

١٧ كل مما يلي كميات متجهة ما عدا

الإزاحة

السرعة

الكتلة

القوة

المتجهات

الدرس الثانى

اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

١) إذا كان $\vec{p} = (-3, 4)$ فإن $\|\vec{p}\| = \dots\dots\dots$

٥

٢٥

١٦

٩

٢) إذا كان $\vec{p} + \vec{b} = (7, 11)$ ، $\vec{b} = (3, 8)$ فإن $\|\vec{p}\| = \dots\dots\dots$

٥-

٥

٤

١٦

٣) كل المتجهات الآتية متجهات وحدة ما عدا

(١، ٠)

(١، ١-)

(٠, ٨، ٠, ٦)

(١-، ٠)

٤) إذا كان $\|\vec{a}\| = 1$ فإن $\vec{a} \cdot \vec{a} = \dots\dots\dots$

٥ ±

١ ±

٢٥

١

٥) إذا كان $\vec{p} = (5, -1)$ ، $\vec{b} = (2, 1)$ ، $\vec{p} \perp \vec{b}$ فإن $\vec{b} \cdot \vec{b} = \dots\dots\dots$

١٠-

١٠

٢-

٢

٦) إذا كان $\vec{a} = (-1, 6)$ ، $\vec{a} \cdot \vec{b} = (-4, 2)$ فإن $\|\vec{b}\| = \dots\dots\dots$

٥

٤

٣

٢

٧) إذا كان $\vec{b} = (2, -1)$ ، $\vec{b} \cdot \vec{c} = 3$ ، $\vec{c} \cdot \vec{c} = 2$ فإن $\vec{b} \cdot \vec{c} = \dots\dots\dots$

(١، ٣-)

(١-، ٢-)

(١، ٥)

(٣، ١)

٨) إذا كان $\vec{p} \perp \vec{b}$ وكان $\vec{p} = (1, 0)$ ، $\vec{b} = (9, ٩)$ فإن $\vec{b} \cdot \vec{b} = \dots\dots\dots$

٩

٢

١

صفر

٩) إذا كان $\|\vec{a}\| = 4$ ، $\vec{a} \cdot \vec{b} = -12$ فإن $\vec{a} \cdot \vec{a} = \dots\dots\dots$

٤ ±

٣ ±

٣-

٣

١٠) إذا كان $\vec{m} = (2, 5)$ ، $\vec{n} = (1, 3)$ فإن $\vec{m} - \vec{n} = \dots\dots\dots$

(١، ٠)

(٨، ٣)

(٢، ١)

(٧، ٣)

٦٧) المعكوس الجمعي للمتجه \vec{P} هو المتجه

\vec{P} $-\vec{P}$ \vec{P} $-\vec{P}$

٦٨) إذا كان $(4, 6)$ ، $(3, 4)$ ، $(3, 4)$ متجهي اتجاه لمستقيمين متوازيين فإن $m =$

صفر ١ ٢ ٤

٦٩) إذا كان ميل المستقيم $\frac{3}{2}$ فإن متجه اتجاهه يكون

$(3, 4)$ $(3, -4)$ $(-3, 4)$ كل ما سبق

٧٠) إذا كان $\vec{P} = (3, 1)$ ، $\vec{B} = (4, 1)$ ، $\vec{C} = (-1, 5)$ حيث $\vec{N} = \vec{P} + \vec{B} + \vec{C}$ فإن $\vec{N} =$

$(0, 1)$ $(1, 0)$ $(1, 0)$ $(0, 1)$

٧١) إذا كان ميل المستقيم هو $\frac{3}{5}$ فإن متجه الاتجاه له هو

$(3, 5)$ $(5, 3)$ $(4, 3)$ $(5, -3)$

العمليات على المتجهات

الدرس الثالث

١) في أي مثلث P ب ح يكون : $\vec{P} + \vec{B} + \vec{C} =$

\vec{P} \vec{C} \vec{B} \vec{P}

٢) في أي مثلث P ب ح يكون : $\vec{P} + \vec{B} + \vec{C} =$

\vec{P} \vec{C} \vec{B} \vec{P}

٣) إذا كان P ب ح مثلثا فيه \vec{B} منتصف \vec{P} فإن $\vec{P} + \vec{B} =$

\vec{B} \vec{P} \vec{C} \vec{P}

٤) في أي شكل رباعي P ب ح د يكون $\vec{P} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D} =$

\vec{P} \vec{C} \vec{B} \vec{P}

٥) إذا كان $\vec{P} + \vec{B} + \vec{C} = \vec{K}$ فإن $\vec{K} =$

١ ٢ ١- ٢-

٦ في متوازي الأضلاع P ب ح ء يكون : $\overrightarrow{ب\ ح} + \overrightarrow{ب\ ء} = \dots\dots\dots$

$\overrightarrow{ب\ ح}$ $\overrightarrow{ب\ ء}$ $\overrightarrow{ح\ ء}$ $\overrightarrow{ب\ ح}$

٧ إذا كانت M نقطة تقاطع متوسطات ΔP ب ح فإن $\overrightarrow{ب\ ح} + \overrightarrow{ب\ ح} = \overrightarrow{ب\ م} \dots\dots\dots$

$\frac{1}{3}$ $\frac{2}{3}$ 3 2

٨ في متوازي الأضلاع P ب ح ء إذا كان M نقطة تقاطع قطرية فإن $\overrightarrow{ب\ ح} + \overrightarrow{ب\ ء} = \dots\dots\dots$

$\overrightarrow{ب\ ح}$ $\overrightarrow{ب\ ء}$ $\overrightarrow{م\ ح}$ $\overrightarrow{م\ ب}$

٩ في المثلث P ب ح يكون $\overrightarrow{ب\ ح} - \overrightarrow{ب\ ح} = \dots\dots\dots$

$\overrightarrow{ب\ ح}$ $\overrightarrow{ب\ ح}$ $\overrightarrow{ب\ ح}$ $\overrightarrow{ب\ ح}$

١٠ إذا كان $\overrightarrow{ب\ ح} = (3, 12)$ ، $\overrightarrow{ب\ ح} = (-1, 15)$ فإن $\|\overrightarrow{ب\ ح}\| = \dots\dots\dots$

29 27 5 غير ذلك

١١ إذا كان $\overrightarrow{ب\ ح} = 2\overrightarrow{ب\ ح}$ فإن $\dots\dots\dots$

$\overrightarrow{ب\ ح} = \overrightarrow{ب\ ح}$ $\overrightarrow{ب\ ح} = \overrightarrow{ب\ ح} + \overrightarrow{ب\ ح} = 2\overrightarrow{ب\ ح}$ $\overrightarrow{ب\ ح}$ $\overrightarrow{ب\ ح}$

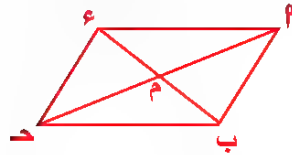
١٢ إذا كان P ب ح ء مستطيل فإن $\overrightarrow{ب\ ح} + \overrightarrow{ب\ ء} = \dots\dots\dots$

$\overrightarrow{ب\ ح}$ $\overrightarrow{ب\ ح}$ $2\overrightarrow{ب\ ح}$ $\overrightarrow{ب\ ح}$

١٣ إذا كان $\overrightarrow{ب\ ح} = (2, 3)$ ، $\overrightarrow{ب\ ح} = (3, 7)$ فإن $\overrightarrow{ب\ ح} = \dots\dots\dots$

$(5, 10)$ $(10, 5)$ $(4, 1)$ غير ذلك

١٤ في الشكل المقابل :



$\overrightarrow{ب\ ح} + \overrightarrow{ب\ ح} = \dots\dots\dots$

$\overrightarrow{ب\ ح}$ $\overrightarrow{ب\ ح}$ $\overrightarrow{ب\ ح}$ $\overrightarrow{ب\ ح}$

١٥ $\overrightarrow{ب\ ح} + \overrightarrow{ب\ ح} = \dots\dots\dots$

$\overrightarrow{ب\ ح}$ $\overrightarrow{ب\ ح}$ $\overrightarrow{ب\ ح}$ $\overrightarrow{ب\ ح}$

٢٤ إذا كان P ح د ه و شكل سداسي منتظم مركزه $(م)$ وكان $\vec{ا} + \vec{ب} + \vec{ج} + \vec{د} + \vec{ه} + \vec{و} = \vec{ك}$ $\vec{م}$

فإن $\vec{ك} = \dots\dots\dots$

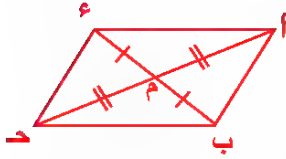
٥

٤

٣

٢

٢٥ في الشكل المقابل :



جميع العبارات التالية تعبر عن $\vec{ا}$ ما عدا العبارة.....

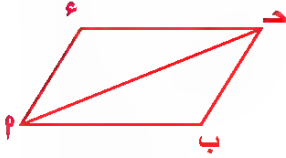
$\vec{ب} + \vec{د} + \vec{ج}$

$\vec{ا} + \vec{ب} + \vec{ج}$

$\vec{ا} + \vec{ج} + \vec{د}$

$\vec{ا} + \vec{ب}$

٢٦ في الشكل المقابل :



$\vec{ا}$ ح د ه متوازي أضلاع متوازي أضلاع فإن $\vec{ا} - \vec{ج} = \dots\dots\dots$

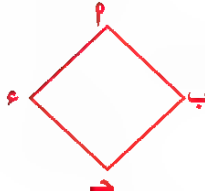
$\vec{د}$

$\vec{ب}$

$\vec{ا}$

$\vec{ج}$

٢٧ في الشكل المقابل :



$\vec{ا} + \vec{ب} - \vec{ج} = \vec{د} - \dots\dots\dots$

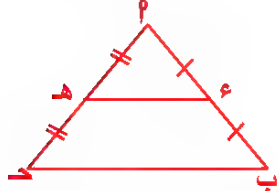
$\vec{ا}$

$\vec{ب}$

$\vec{ج}$

$\vec{د}$

٢٨ في الشكل المقابل :



$\vec{ا}$ ، ه منتصف $\vec{ا}$ ، $\vec{ب}$ فإن $\vec{ب} - \vec{ج} = \dots\dots\dots \vec{ه}$

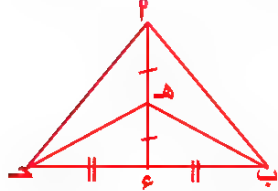
$\frac{1}{2}$

$\frac{3}{2}$

$\frac{1}{2}$

$\frac{3}{2}$

٢٩ في الشكل المقابل :



جميع العبارات تعبر عن $\vec{ب}$ ما عدا.....

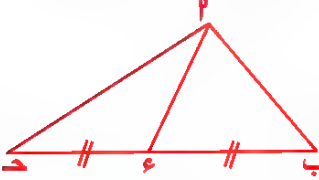
$\vec{ا} + \vec{ج} - \vec{ه}$

$\vec{ا} + \vec{ج} + \vec{ه}$

$\vec{ا} - \vec{ج} - \vec{ه}$

$\vec{ا} + \vec{ج}$

٣٠ في الشكل المقابل :



$\vec{ا}$ متوسط في $\triangle ا ب ج$ فإن $\vec{ا} = \dots\dots\dots$

$\frac{1}{2}(\vec{ا} + \vec{ب} + \vec{ج})$

$\frac{1}{2}(\vec{ا} + \vec{ب} + \vec{ج})$

$\vec{ا} + \vec{ب} + \vec{ج}$

$\vec{ا} + \vec{ج}$

٣١ $\vec{ا}$ ح د مثلث قائم الزاوية في ب حيث $\vec{ا} (١ ، ٤)$ ، $\vec{ب} (-١ ، ٢)$ ، $\vec{ج} (٣ ، -١)$

فإن $\vec{ك} = \dots\dots\dots$

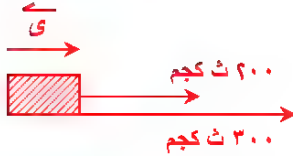
٣

صفر

-٢

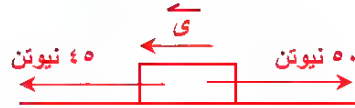
٢

١٣ محصلة القوى في الشكل المقابل



هي

١٤ محصلة القوى في الشكل المقابل



هي

١٥ إذا كانت $\vec{Q} = (5, -3)$ ، $\vec{P} = 2\vec{S} - \vec{K}$ ، $\vec{K} = (-17, 3)$ (ب) تؤثر في نقطة مادية

وكانت القوى متزنة فإن :

(١) $P = \dots\dots\dots$
 (٢) $P = \dots\dots\dots$

١٦ إذا $\vec{Q} = \vec{S} - 3\vec{K}$ ، $\vec{K} = 3\vec{S} + 6\vec{K}$ فإن القوة \vec{K} التي تجعل محصلة القوى الثلاث

هي متجه الوحدة وتعمل في اتجاه الشمال تساوي.....

١٧ إذا كان P ب حـ ع معين حيث $P(3, 2)$ ، ب $(4, -3)$ ، حـ $(-1, -2)$ فإن مساحة المعين P ب حـ ع =وحدة مساحة

١٨ راقبت سيارة سرعتها ٤٠ كم/س سرعة سيارة تتحرك في الاتجاه المضاد لحركتها فبدت لها وكأنها تتحرك

بسرعة ٩٠ كم/س فإن السرعة الفعلية لهذه السيارة = كم/س

تقسيم قطعة مستقيمة

الدرس الخامس

١ إذا كانت حـ ع فإن حـ تقسيم P ب من الداخل.
٢ إذا كان التقسيم من الداخل بنسبة $L_1 : L_2$ فإن $\frac{L_1}{L_2} = \dots\dots\dots$

٣) إذا كانت \overline{AB} تقسم \overline{PQ} من الخارج فإن \overline{AB} من الخارج

\overline{AB}	\overline{AB}	\overline{AB}	\overline{AB}
-----------------	-----------------	-----------------	-----------------

٤) إذا كان التقسيم من الخارج بنسبة $\frac{PQ}{AB}$: $\frac{PQ}{AB}$ فإن $\frac{PQ}{AB}$: $\frac{PQ}{AB}$

$\frac{PQ}{AB} > 1$	$\frac{PQ}{AB} < 1$	$\frac{PQ}{AB} = 1$	$\frac{PQ}{AB} = 0$
---------------------	---------------------	---------------------	---------------------

٥) إذا كان P (٢، ٣) ، B (٢، -١) ، \overline{AB} منتصف \overline{PQ} فإن Q (..... ،)

(٢، ٤)	(٢، ٠)	(٠، ٢)	(٢، ٢)
--------	--------	--------	--------

٦) إذا كان \overline{AB} حيث $P = \frac{1}{2} \overline{AB}$ فإن P : AB = = AB : P

$3:1$	$1:1$	$2:1$	$1:2$
-------	-------	-------	-------

٧) إذا كان \overline{AB} ، $P = \frac{1}{3} \overline{AB}$ فإن P : AB = = AB : P

$1:3$	$3:1$	$1:2$	$2:1$
-------	-------	-------	-------

٨) \overline{AB} قطر في دائرة مركزها (١، ٤) فإذا كان P (١، -٣) فإن B

(٥، ٣)	(٣، ٥)	(٥، ٣)	(١، ٤)
--------	--------	--------	--------

٩) P ب ح مثلث فيه P (٣، -١) ، B (١، ٧) ، M هي نقطة تلاقي متوسطاته حيث M (١، ٢)

فإن إحداثي النقطة ح =

(٢، ٥)	(٢، ٥)	(٢، ٥)	(٢، ٥)
--------	--------	--------	--------

١٠) P ب ح مثلث فيه P (٢، ٣) ، M هي نقطة تلاقي متوسطاته حيث M (٣، ١)

فإن إحداثي النقطة ح منتصف \overline{AB} هي

غير ذلك	(٣، -١)	(٣، ١)	(١، ٣)
---------	---------	--------	--------

١١) إذا كانت النقطة (٣، ٦) هي نقطة منتصف \overline{AB} حيث P (٣، -٧) فإن B (..... ،)

(٥، ٩)	(٩، ٥)	(٦، ١)	(١، ٦)
--------	--------	--------	--------

١٢) إذا كان م (٢ ، -١) هي نقطة تلاقي متوسطات المثلث P ب ح وكان P (٥ ، -٤) ، ب (-٣ ، ٢)

فإن ح (.....،)

(٤ ، ١)

(١- ، ٤)

(١ ، ٤)

(٤ ، ١-)

١٣) إذا كان P (-١ ، ٢) ، ب (٥ ، ٨) وكانت ح تقسم \overline{P} بنسبة ١ : ٢ من الداخل فإن ح =

(٤ ، ٣)

(١ ، ٦)

(٣ ، ٦)

(١ ، ٤)

١٤) إذا كان P (-٣ ، ٤) ، ب (٦ ، -٨) فإن محور الصادات يقسم \overline{P} بنسبة :

٢ : ١ من الخارج

٢ : ٢ من الداخل

١ : ٢ من الخارج

١ : ٢ من الداخل

١٥) إذا كان P (-٣ ، ٤) ، ب (٦ ، -٨) فإن محور السينات يقسم \overline{P} بنسبة :

٢ : ١ من الخارج

٢ : ١ من الداخل

١ : ٢ من الخارج

١ : ٢ من الداخل

١٦) إذا كان P ، ب هما صور النقطة (٣ ، ١) بالانعكاس في محور السينات والصادات على الترتيب

فإن إحداثيات النقطة التي تقسم \overline{P} من الداخل بنسبة ٢ : ٣ هي

(٠ ، ٠)

($\frac{1}{5}$ ، $\frac{3}{5}$)

($\frac{1}{5}$ ، $\frac{3}{5}$)

(٣ ، -١)

١٧) إذا كان P ب ح مثلث فيه P (-١ ، ٧) ، ب (٢ ، ١) ، ح (-٤ ، ٤) ، م نقطة تقاطع متوسطات

المثلث فإن م هي

(٤ ، -١)

(٣ ، -٤)

(١- ، ٣)

(٠ ، ٤)

١٨) إذا كانت P (-٤ ، ٤) ، ب (٥ ، -٨) ، ح $\exists \overline{P}$ بحيث P ح : ب = ٢ : ١

فإن إحداثي ح (..... ،)

(٠ ، ١-)

(٣ ، -٤)

(٢ ، -٤)

(-٤ ، ٢)

١٩) إذا كانت P (١ ، ٢) ، ب (٨ ، -٥) ، النقطة ح تقسم \overline{P} من الخارج بنسبة ٤ : ٣

فإن إحداثي ح

(٢٣ ، -٢٠)

(٣٥ ، -١٤)

(-٢٩ ، ٢٦)

(٢٩ ، -٢٦)

٢٤) المستقيم العمودي على المستقيم $\overleftrightarrow{r} = (3, 0) + k(1, 3)$ يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها °

- ٣٠ ٦٠ ١٢٠ ١٥٠

٢٥) المعادلة المتجهة لمحور السينات هي

- $\overleftrightarrow{r} = (1, 1) + k(0, 0)$ $\overleftrightarrow{r} = (1, 1) + k(0, 1)$
 $\overleftrightarrow{r} = (1, 0) + k(1, 0)$ $\overleftrightarrow{r} = (0, 1) + k(0, 1)$

٢٦) إذا كان ميل مستقيم $\frac{1}{4}$ فإن متجه اتجاهه يكون

- (١، -٢) (-٢، ١) (٢، ١) غير ذلك

٢٧) معادلة المستقيم الذي يقع على بعدين متساويين من المستقيمين $x = 4$ ، $x = 8$ هي

- $x = 4$ $x = 6$ $x = 8$ $x = 2$

٢٨) مساحة المثلث المحدد بالمستقيم $x = 3$ ومحوري الإحداثيات $y = 4$ و $x = 12$ وحدة مربعة

- ٢٤ ١٢ ٦ غير ذلك

٢٩) محيط المثلث المحدد بالمستقيم $\frac{x}{6} + \frac{y}{8} = 1$ ومحوري الإحداثيات يساوي وحدة طول

- ١٤ ٢٤ ٤٨ ٧

٣٠) مساحة المثلث المحدد بالمستقيمتين $x = 3$ ، $y = 4$ ، $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1$ تساوي وحدة مربعة

- ٣ ٤ ٦ ١٢

٣١) المستقيم الذي معادلته $\overleftrightarrow{r} = (3, 2) + k(3, 1)$ ميله =

- $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{37}$ $\frac{1}{37}$ ٣

٣٢) البعدين المستقيمين $x = 3$ ، $y = 4$ ، $x = 2$ ، $y = 3$ يساوي وحدات

- ١ ٢ ٣ ٥

٣٢ جميع المستقيمان الآتية توازي محور السينات عدا المستقيم

$$\overrightarrow{r} = (1, 0) + (0, 1) \text{ ك}$$

$$\overrightarrow{r} = (1, 1) + (0, 1) \text{ ك}$$

$$\text{ص} = 4$$

$$\overrightarrow{r} = (1, 1) + (1, 0) \text{ ك}$$

٣٤ إذا كان المستقيم $ح$ $س + ب + ص = ٢$ = صفر يوازي محور الصادات فإن = صفر

س

ح

ب

٢

٣٥ معادلة المستقيم الموازي لمحور الصادات ويمر بالنقطة $(0, \frac{-2}{٢})$ هي

$$٢ = ص + ح$$

$$٢ = ص + ح$$

$$٢ = ص - ح$$

$$٢ = س - ح$$

٣٦ معادلة المستقيم المار بنقطة الأصل والنقطة $(4, -4)$ هي

$$س = ص$$

$$س + ص = صفر$$

$$ص = 4$$

$$س - 4 = ص$$

٣٧ المستقيم الذي يقطع من محور السينات جزء طوله ٢ ويقطع من محور الصادات جزء طوله ب

يمر بالنقطة

$$(٢, \frac{1}{4} ب)$$

$$(٢, \frac{1}{3} ب)$$

$$(٢, \frac{1}{4} ب)$$

$$(٢, ب)$$

٣٨ إذا كان $\overrightarrow{r} = \overrightarrow{ق} + \overrightarrow{ك}$ المعادلة المتجهة للخط المستقيم فإن $ك \ni$

ص

ط

{0}

ح

٣٩ إذا مر مستقيم بالنقطة $(2, 3)$ وكان المتجه $(1, 2)$ عموديا عليه فإن معادلة المستقيم

هي

غير ذلك

$$س + ٢ = ص = صفر$$

$$س + ٢ = ص - ٨ = ٠$$

$$س + ٢ = ص + ٨ = ٠$$

٤٠ قياس الزاوية بين المستقيمين $س - 3 = صفر$ ، $ص = ٢$ تساوي

٩٠

٦٠

٤٥

٣٠

٤١ إذا كان المستقيم $ح$ $س + ب + ص = ٢$ = صفر يوازي محور الصادات فإن = صفر

س

ح

ب

٢

١٣) قياس الزاوية الحادة بين المستقيمين $s = v$ ، $v = 3$ هو

١٨٠	٦٠	٤٥	٣٠
-----	----	----	----

١٤) قياس الزاوية بين المستقيمين $s = v$ ، $v = -s$ هي

٩٠	٦٠	٤٥	٣٠
----	----	----	----

١٥) إذا كان قياس الزاوية بين المستقيمين $s = 3$ ، $v = 1 - 0$ ، $k = s - v = 3$ يساوي $\frac{\pi}{4}$ فإن k

٤-	٥	٤	٣
----	---	---	---

١٦) قياس الزاوية الحادة بين المستقيمين $\overrightarrow{r} = (0, -2) + k(3, -1)$ ،

$\overrightarrow{r} = (0, 5) + k(1, 2)$ هي (لأقرب درجة)

٨٣	٨٢	٨١	٨٠
----	----	----	----

١٧) قياس الزاوية المنفرجة بين الخطين المستقيمين : $v = (2 - \sqrt{3})$ ، $s = (5 + 3)$ ،

$v = (2 + \sqrt{3})$ ، $s = (7 - 3)$ هو

١٢٠	١٣٥	٦٠	١٥٠
-----	-----	----	-----

١٨) قياس الزاوية الحادة بين المستقيم $\overrightarrow{r} = (2, 2) + k(1, 1)$ والمستقيم $s =$ صفر هو

٦٠	١٣٥	٣٠	٤٥
----	-----	----	----

١٩) قياس الزاوية الحادة المحصورة بين المستقيمين : $\sqrt{3} s - v = 4$ ، $v = 3$ يساوي

٩٠	٦٠	٤٥	٣٠
----	----	----	----

٢٠) إذا كان المستقيم $p = s - v + 3 =$ صفر يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات

لزاوية قياسها 45° فإن $p =$

٢-	$\frac{1}{3}$	١-	١
----	---------------	----	---

٢١) قياس الزاوية بين المستقيمين : $2 = s + 1 = 7$ ، $v = 5$ يساوي

٩٠	٦٠	٤٥	٣٠
----	----	----	----

٢٢) قياس الزاوية الحادة المحصورة بين المستقيمين $s - v =$ صفر ، $v = 2$ هي

٩٠	٦٠	٤٥	٣٠
----	----	----	----

٢٣ إذا كان $\vec{KI} = (1, 2)$ ، $\vec{KH} = (-3, 1)$ متجهي اتجاه لمستقيمين فإن قياس الزاوية الحادة

بين هذين المستقيمين تساوي°

٩٠

٦٠

٤٥

٣٠

٢٤ قياس الزاوية الحادة بين المستقيمين $\vec{KR} = (2, 3) + \vec{K}(-1, 3\sqrt{3})$ ، $\vec{KS} - \vec{K} = 2 + \vec{K} = \text{صفر}$

تساوي°

غير ذلك

٧٥

٦٠

١٥

٢٥ قياس الزاوية الحادة بين المستقيمين $\vec{L} = 2\vec{S} - \vec{K} + \vec{K} = 3 + \vec{K} = \text{صفر}$ ،

$\vec{L} = 2\vec{S} + \vec{K} = 5 + \vec{K} = \text{صفر}$ هي°

٥٧٠

٣٦ / ١٢

٥٧١ / ٣٤

٥١٧ / ٣٤

٢٦ قياس الزاوية بين المستقيمين $\vec{S} + \vec{K} = 1 + \vec{K} = 5$ ، $\vec{S} = 3$ تساوي°

٩٠

٦٠

٤٥

٣٠

طول العمود من نقطة معلومة إلى خط مستقيم معلوم

الدرس الثامن

١ طول العمود المرسوم من النقطة $(-3, 5)$ إلى محور الصادات يساوي

٩

٥

٣

٢

٢ البعد بين المستقيمين $\vec{S} - \vec{K} = 3 = 0$ ، $\vec{K} + \vec{S} = 2 = \text{صفر}$ يساوي

٥

٣

٢

١

٣ طول العمود المرسوم من النقطة $(1, 1)$ إلى المستقيم $\vec{S} + \vec{K} = \text{صفر}$ يساوي

٢ / ٢

٢

٢ / ٢

١

٤ إذا كان طول العمود المرسوم من النقطة $(3, 1)$ إلى المستقيم $\vec{S} - \vec{K} = 4 + \vec{K} = \text{صفر}$

يساوي ٢ وحدة طول فإن \vec{K} يمكن أن تساوي

٧

٥

٣

صفر

٥ طول العمود المرسوم من النقطة $(3, 5)$ إلى المستقيم $\vec{S} = 3 - \text{وحدات طول}$

٢

٥

٨

٣

٦ طول العمود المرسوم من النقطة $(2, 0)$ على المستقيم $s + 5 = 0$ يساوي وحدة طول

٢	٥	٧	٣
---	---	---	---

٧ المسافة العمودية بين المستقيمين $s - 2 = 0$ ، $s + 3 = 0$ تساوي وحدة طول

٢	٣	٥	١
---	---	---	---

٨ طول العمود المرسوم من النقطة $(-3, 5)$ إلى محور السينات يساوي وحدة طول

٢	٣	٥	٨
---	---	---	---

٩ طول العمود المرسوم من نقطة الأصل على المستقيم الذي معادلته $3s - 4v = 15$ يساوي وحدة طول

٣	٤	٥	١٥
---	---	---	----

١٠ P ب حء مربع حيث $P(2, -3)$ ومعادلة \overleftrightarrow{PB} هي $4s + 3v - 9 = 0$ فإن مساحة مربع = وحدة مربعة

٢	٤	٦	٨
---	---	---	---

١١ طول العمود المرسوم من نقطة الأصل إلى المستقيم $r = (1, 2) + (4, 3)k$ يساوي وحدة طول .

١	٢	$\sqrt{2}$	٣
---	---	------------	---

١٢ P ب حء مثلث متساوي الأضلاع فيه $P(2, -1)$ ومعادلة \overleftrightarrow{PB} هي $s + v = 2$ فإن طول ضلع المثلث P ب حء = وحدة طول .

$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{3}$	٢
----------------------	----------------------	----------------------	---

١٣ إذا كان طول العمود المرسوم من نقطة الأصل إلى المستقيم $6s - 8v + k = 0$ يساوي ٣ وحدة طول فإن إحدى قيم $k =$

٦	٨	٩	٣٠
---	---	---	----

١٤) إذا كان طول العمود المرسوم من النقطة (١ ، ح) إلى الخط المستقيم $٤س + ٣ص = ٥$ صفر

يساوي ٣ فإن ح =

$$٨-، ٢-$$

$$٨-، ٢$$

$$٨، ٢$$

$$٨، ٢-$$

١٥) إذا كان طول العمود المرسوم من النقطة (٣ ، ١) إلى المستقيم $٣س - ٤ص + ك = ٥$ صفر

يساوي ٢ وحدة طول فإن ك =

غير ذلك

$$١٥-، ٥$$

$$٥-، ٥$$

$$٣$$

١٦) طول العمود من النقطة (٥ ، ٥) على المستقيم $ص = ٥$ يساوي وحدة طول

$$٢$$

$$٥-$$

$$٥$$

صفر

١٧) طول العمود المرسوم من النقطة (٣ ، ٣) على المستقيم $س - ١ = ٥$ صفر يساوي وحدة طول

$$٥$$

$$٤$$

$$٣$$

$$٢$$

١٨) طول العمود المرسوم من نقطة الأصل إلى الخط المستقيم الذي معادلته :

$$٢س + ٣ص + ح = ٥ \text{ صفر يساوي }$$

$$\frac{|ح|}{\sqrt{١+٢٢}}$$

$$\frac{ح}{\sqrt{١+٢٢}}$$

$$\frac{ح}{١+٢}$$

$$\frac{|ح|}{٢}$$

١٩) دائرة مركزها النقطة (١- ، ٣) والمستقيم $٥س + ٢ = ١٢$ ص مماس لها فإن طول نصف قطر

الدائرة = وحدة طول

$$٦$$

$$٥$$

$$٤$$

$$٣$$

المعادلة العامة للمستقيم المار بنقطة تقاطع مستقيمين معلومين

الدرس التاسع

١) معادلة المستقيم المار بنقطة تقاطع المستقيمين $٢ = ٢ + ص = ٣$ ويوازي محور السينات هي

$$س = ١$$

$$س = ٢$$

$$ص = ١$$

$$ص = ٢$$

٢) معادلة المستقيم المار بنقطة تقاطع المستقيمين $س - ٢ = ٠$ ، $ص = ١$ ويمر بنقطة الأصل هي

$$س + ص = ١$$

$$ص = ٢س$$

$$س = ٢ص$$

$$س = ص$$

٢) معادلة المستقيم المار بنقطة تقاطع المستقيمين $s = 2$ ، $v = 3$ وميله 1 هي

$s - v = 3$

$s - v = 5$

$s - v = 1$

$s + v = 1$

٤) معادلة المستقيم الذي يقطع من الخورين السيني والصادي جزأين موجبين مقدارهما 2 ، 3 على الترتيب هي

غير ذلك

$s + 3v = 6$

$s - 2v = 6$

$s - 2v = 6$

٥) معادلة المستقيم المار بنقطة تقاطع المستقيمين $s = 1$ ، $s + v = 3$ ويوازي محور الصادات هي

$v = 2$

$v = 1$

$s = 2$

$s = 1$

٦) نقطة تقاطع المستقيمين $s + 3v = 0$ ، $s - 2v = 0$ هي

$(3, -2)$

$(-2, 3)$

$(3, 2)$

$(2, 3)$

٧) معادلة المستقيم المار بنقطة تقاطع المستقيمين $s - 5v = 13$ ، $2v - 3s + 7 = 0$ والنقطة $(3, 2)$ هي

$s - v - 4 = 0$

$s + v + 4 = 0$

غير ذلك

$s - v + 4 = 0$

٨) معادلة المستقيم المار بنقطة تقاطع المستقيمين : $s + 3v = 1$ ، $s - 5v + 4 = 0$ وميله 2 هي

$s - 4v + 3 = 0$

$s - 3v + 3 = 0$

$s - 3v + 3 = 0$

$s - 4v + 3 = 0$

٩) معادلة المستقيم المار بنقطة تقاطع المستقيمين $s - 3v = 0$ ، $s - v - 6 = 0$ وبالنقطة $(2, -1)$ هي

$s - v - 3 = 0$

$s + v + 3 = 0$

$s + v - 3 = 0$

$s - v + 3 = 0$

اختبارات عامة على الفصل الدراسى الثانى

١

فصل دراسى ثانى

النموذج (الأول)

الصف الأول الثانوى

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه :

١ إذا كانت $P = (3, 1)$ ، $B = (6, -3)$ فإن $\| \vec{PB} \| = \dots\dots\dots$

١٥

٥

١٠

٨

٢ المتجه $\vec{P} = 2\vec{S} + 3\vec{V}$ على الصورة القطبية هي $\dots\dots\dots$ $(-4, 60^\circ)$ $(4, 120^\circ)$ $(4, 60^\circ)$ $(4, 30^\circ)$ ٣ P ب ح د متوازي أضلاع حيث $P = (3, 0)$ ، $B = (0, 4)$ ، $E = (-4, -1)$ فإن إحداثى النقطة ح = $\dots\dots\dots$ $(0, 3)$ $(-5, 3)$ $(-3, 5)$ $(3, 5)$ ٤ مجموعة حل المعادلة حاس - جتاس = ٠ حيث $٠ < ١٨٠^\circ < ٣٦٠^\circ$ هي $\dots\dots\dots$ $\{0, 40^\circ\}$ $\{0, 225^\circ\}$ $\{0, 45^\circ\}$ $\{0, 225^\circ, 45^\circ\}$ ٥ النقطة التى تنتمى لمنطقة حل المتباينة $٢ < ص$ ، $١ < س$ ، $٣ \leq ص$ هى $\dots\dots\dots$ $(1, 3)$ $(3, 2)$ $(1, 2)$ $(2, 1)$ ٦ إذا كان $\| \vec{P} \| = ٧$ ، $\| \vec{K} \| = ١٤$ فإن $\vec{K} = \dots\dots\dots$ ± ٢

٢

 $\pm \frac{1}{٢}$ $\frac{1}{٢}$ ٧ إذا كان طول العمود المرسوم من النقطة $(-4, 2)$ على المستقيم $٢س + ٣ص + ح = ٠$ يساوى صفر فإن ح = $\dots\dots\dots$

٦

٣

٢

١

٨ إذا كانت $I = \begin{pmatrix} ١ & ١ \\ -٣ & ١ \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} ١ & ٤ \\ ١ & ٣ \end{pmatrix}$ فإن $I = \dots\dots\dots$

٢

٥

٤

٣

٩ إذا كان المستقيم $٢س + ٣ص - ١٢ = ٠$ يقطع محوري الأحداثيات ٢ ، ٣ ،

فإن مساحة المثلث ٢ و ٢ = وحدة مربعة (حيث و نقطة الأصل)

٤	٦	٨	١٢
---	---	---	----

١٠ المستقيم الذي اتجاهه $\vec{y} = (١, ٢)$ يكون ميله المستقيم العمودي عليه

$\frac{١-}{٢}$	$٢-$	$\frac{١}{٢}$	$١-$
----------------	------	---------------	------

١١ إذا كان $\begin{vmatrix} ٢ & ٢س \\ ٣ & ٤ \end{vmatrix} = ١٠$ فإن $س =$

٢	٣	٤	٥
---	---	---	---

١٢ قطاع دائري مساحته ٤٠ سم^٢ وقياس زاويته المركزية $٣, ٢$ °

فإن طول نصف قطر دائرته =

٠,٥	١,٥	١٠	٥
-----	-----	----	---

١٣ إذا كان $\vec{p} = (٢, ٤)$ ، $\vec{b} = (١, ٢)$ فإن $\|\vec{b} - \vec{p}\| =$

$٥ -$	٥	$(٠, ٣)$	$(٤, ٣)$
-------	-----	----------	----------

١٤ قياس الزاوية بين المستقيم المار بالنقطة $(١, ٠)$ ، $(٠, ١)$ والاتجاه الموجب لمحور السينات

تساوى°

٠	٤٥	٩٠	١٣٥
---	----	----	-----

١٥ قيمة $س$ التي تجعل المصفوفة $\begin{pmatrix} ٨ & س \\ س & ٢ \end{pmatrix}$ ليس لها معكوس ضربى هي

٢	٨	١٦	$٤ \pm$
---	---	----	---------

١٦ قطاع دائري طول قوسه ٦ سم وطول قطر دائرته ١٠ سم فإن محيط القطاع =

١٦	١٧	٢٦	٦٠
----	----	----	----

١٧ مجموعة الحل للمعادلة $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 3 \end{vmatrix} = 4$ هو

١٨ ميل المستقيم الذى معادلته $\frac{y}{5} + \frac{x}{6} = 1$ هو

١٩ إذا قطع المستقيم $2x + 3y + 4 = 0$ محور السينات فى النقطة P ومحور الصادات

فى نقطة B فإن مساحة Δ و P = وحدة مساحة

٢٠ النقطة تنتمى لمجموعة حل المتباينة $2x + 3y < 6$

٢١ قياس الزاوية بين المستقيمين $3x - 2y = 0$ هو°

٢٢ إذا كانت $90^\circ > \theta > 180^\circ$ ، 2 جتا $\theta + \sqrt{3} = 0$ فإن ق (هـ) =°

٢٣ مساحة سطح ثمانى منتظم طول ضلعه 10 سم =

٢٤ إذا كان $\vec{e}_m = 10\vec{e}_i$ ، $\vec{e}_b = 5\vec{e}_i$ فإن $\vec{e}_m \cdot \vec{e}_b = \dots\dots\dots$

٢٥ إذا كانت $P = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$ متماثلة فإن قيمة المقدار $3 - P = \dots\dots\dots$

٢٦ معادلة المستقيم المار بنقطة تقاطع المستقيمين $s = 2$ ، $v = 1$ = صفر ويمر بنقطة الأصل هي

$2 = s + v$

$s = 2$

$s = 2$

$s = v$

٢٧ مجموعة حل المعادلة

$$0 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & s-1 & 0 \\ 2 & s & 4 \end{vmatrix}$$

$\{1, -2\}$

$\{2, 3\}$

$\{3, 4\}$

$\{1\}$

٢٨ المقدار : θ جا θ ($90^\circ - \theta$) ظا $\theta =$

١

ظا θ

جا θ

جتا θ

٢٩ مساحة المثلث الذي رؤوسه $(1, 2)$ ، $(3, -4)$ ، $(-2, 3)$ باستخدام المحددات تساوي وحدة مربعة

٨

٧

٦

٥

٣٠ طول العمود المرسوم من نقطة الأصل على المستقيم $3s - 4v + 15 = 0$ صفر هو

٦

٥

٤

٣

٣١ إذا كان ظا $\theta = 3$ ، فإن قا $\theta =$

٦

٤

١٠

٩

٣٢ إذا كانت معادلة المستقيم $\vec{r} = (1, 2) + k(4, -1)$ فإن ميل المستقيم العمودي عليه =

$\frac{1}{4}$

-4

٤

$-\frac{1}{4}$

٣٣ الحل العام للمعادلة : جتا $\theta = 1$ هو

$2\pi + \frac{\pi}{4}$

$2\pi + \frac{\pi}{4}$

2π

π

٣٤ المعادلة المتجهة لخط السينات هي

$\vec{r} = (0, 1) + k(1, 1)$

$\vec{r} = (1, 1) + k(0, 0)$

$\vec{r} = (1, 0) + k(1, 0)$

$\vec{r} = (0, 1) + k(0, 1)$

٢٥ إذا كانت P مصفوفة على النظم 3×2 ، B مصفوفة على النظم 2×3

فإن المصفوفة $P \times B$ على النظم

2×3

2×2

3×3

3×2

٢٦ النقطة التي لا تقع في منطقة حل المتباينة $2x - 3y \geq 6$ في $x \times y$ هي

$(5, 5)$

$(-3, 2)$

$(1, 2)$

$(0, 0)$

٢٧ إذا كانت $P = \begin{pmatrix} 8 & 6 \end{pmatrix}$ ، $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \end{pmatrix}$ ، وكان $P \parallel B$ فإن $m =$

4

-4

6

5

٢٨ إذا كانت P منتصف \overline{AB} حيث $P = \begin{pmatrix} 2 & 3 \end{pmatrix}$ ، $B = \begin{pmatrix} 6 & 5 \end{pmatrix}$ فإن $A =$

$(-3, 1)$

$(2, 4)$

$(8, 2)$

$(4, 8)$

٢٩ إذا كانت P مصفوفة على النظم 2×3 فإن عدد عناصر المصفوفة $(P) =$

9

4

6

5

٤٠ إذا كان المستقيمان $3x + 2y = 0$ ، $2x + 3y = 6$ متعامدان فإن $B =$

3

2

-6

6

أختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه:

١ إذا كانت $0 < \theta < 360^\circ$ وكانت جتا $\theta = 1$ فإن $\theta =$

360°

270°

180°

90°

٢ إذا كان $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \end{pmatrix}$ ، $C = \begin{pmatrix} 3 & 1 \end{pmatrix}$ ، $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \end{pmatrix}$ فإن $B \cdot C =$

$(-3, 1)$

$(-3, -1)$

$(1, 5)$

$(3, 1)$

٣ إذا كانت المصفوفة P على النظم 3×3 فإن عدد عناصر المصفوفة P يساوي

12

9

6

3

٣٤ النقطة التي تكون عندها الدالة $\vec{r} = 4\vec{s} + 2\vec{v}$ قيمة عظمى هي

(٠، ٢٥)

(١٠، ١٥)

(٤، ٠)

(٠، ٠)

٣٥ إذا كانت $\theta \in [0, \pi]$ ، ظلنا $\theta = 1$ فإن $\theta = \dots\dots\dots$

١٣٥

٦٠

٤٥

٣٠

٣٦ قياس الزاوية الحادة المحصورة بين المستقيم ٣ ص = ٦ س + ٥ والمستقيم الذي ميله يساوي $\frac{1}{3}$ تساوي

غير ذلك

٦٠

٤٥

٣٠

٣٧ إذا توازي المستقيم المار بالنقطتين (٠، ٣) ، (٢، ٠) والمستقيم ص = ٢ س - ٣ فإن $P = \dots\dots\dots$

$\frac{3}{2}$

$\frac{3}{2}$

$\frac{4}{3}$

$\frac{2}{3}$

٣٨ إذا كانت النقطة (٤، ٣) تنتمي لمجموعة حل المتباينة س + ص $\geq P$ فإن $P \dots\dots\dots$

$P > \text{صفر}$

$P \leq 7$

$P > 7$

$P < 7$

٣٩ إذا كانت ح تقسم P بنسبة ٥ : ٧ من الخارج فإن $\frac{P}{P} = \dots\dots\dots$

غير ذلك

$\frac{5}{7}$

$\frac{5}{4}$

$\frac{2}{5}$

٤٠ معادلة الخط المستقيم المار بالنقطتين (٢، -٣) ويوازي محور السينات هي

ص = ٣

س = ٢

ص = -٣

س = -٣

أختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه:

١ النقطة التي تنتمي إلى مجموعة حل المتباينتين س < ٢ ، ص < ١ معا هي

(٢، ٣)

(٢، ١)

(١، ٢)

(١، ١)

٢ المتجهان $\vec{p} = (٣، ك)$ ، $\vec{b} = (ك، -١٢)$ متعامدان فإن ك =

$9 \pm$

٩

$6 \pm$

٦-

٣ قطاع دائري طول قوسه (ل) وقياس زاويته (θ°) مرسوم داخل دائرة طول نصف قطرها (نق) فإن محيطه =

نق $(\theta + 1)^\circ$

نق $(\theta + 2)^\circ$

نق $2 + ل$

نق + ل

٤ ميل المستقيم المار بالنقطتين (P, P') ، (B, B') هو

$P - B'$

$P + B'$

$P - B$

$P - B'$

٥ $\frac{\cos \theta - \cos \phi}{\cos \theta + \cos \phi}$ في أبسط صورة يساوى

$\cos \theta$

$1 -$

$\cos \phi$

1

٦ إذا كانت S مصفوفة بحيث $S = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ فإن S يمكن أن تكون

$\begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

٧ جميع المقادير التالية متساوية ما عدا

$(\cos \theta + \sin \theta) - (\cos \theta - \sin \theta)$

$\cos \theta + 1 - \sin \theta$

$\cos \theta - \sin \theta$

$(\cos \theta - \sin \theta) + (\cos \theta + \sin \theta)$

٨ ميل المستقيم العمودي على المستقيم الذي معادلتيه الوسيطتين $S = 2 + K$ ، $S = 1 - K$ هو

2

1

صفر

$1 -$

٩ إذا كان P مصفوفة على النظم 2×2 وكان $|P| = 15$ فإن $|P^2| =$

120

60

30

15

١٠ إذا كان $U = (\frac{1}{P}, 1)$ متجه اتجاه للمستقيم فإن جميع المتجهات التالية عمودية على المستقيم عدا المتجه

$(4, -2)$

$(-1, -\frac{1}{2})$

$(2, -1)$

$(1, -\frac{1}{2})$

١١ الحل العام للمعادلة : $3\sqrt{3} = (\theta - \frac{\pi}{4})$ ظنا هو

$\pi + \frac{\pi}{3}$

$2\pi + \frac{\pi}{6}$

$\pi + \frac{\pi}{6}$

$2\pi + \frac{\pi}{6}$

١٢ المتجه $(\sqrt{2}, \frac{\pi^3}{4})$ يعبر عنه بالصورة الإحداثية

- (٢، ٢) (٢، ٢) (٢، ٢) (٢، ٢)

١٣ إذا كان P ، B مصفوفتين حيث $P = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ فإن $B = P^{-1}$ =

- $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

١٤ راقبت سيارة سرعتها ٥٠ كم/س سرعة سيارة تتحرك في الاتجاه المضاد لحركتها فبدت لها وكأنها تتحرك بسرعة ١٢٠ كم/س فإن السرعة الفعلية لهذه السيارة = كم/س

- ٥٠ ٧٠ ١٢٠ ١٧٠

١٥ إذا كان θ حاً $\theta + 1 = \theta$ فإن القيمة العددية للمقدار : جتا $\theta +$ جتا $\theta =$

- ٢ حاً θ ١ ١-

١٦ النقطة التي تكون عندها للدالة $y = 4x + 20$ ص ٢٠ قيمة عظمى هي

- (٠، ٢٥) (١٠، ١٥) (٤، ٠) (٠، ٠)

١٧ مساحة الشكل الثماني المنتظم الذي طول ضلعه ٨ سم تساوي سم^٢

- ٣٢٠ ٣٠٩ ٣٠٥ ٣٠٠

١٨ مجموعة حل المعادلة $\begin{vmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{vmatrix}$ = صفر هي

- {٠} {٢، ٤، ١} {٢، ٤، ١} {٢، ٤، ١}

١٩ قياس الزاوية الحادة بين المستقيمين $s = 3$ ص، $s = 2$ ص = صفر هو °

- ١٥ ٣٠ ٤٥ ٦٠

٢٠ طول العمود المرسوم من نقطة الأصل على المستقيم $3x - 4y + 15 = 0$ صفر هو

- ٣ ٤ ٥ ٦

٢١ الصورة العامة للمستقيم المار بالنقطة $(-3, 4)$ ويضع زاوية قياسها 45° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات هي

- $s - 7 = 0$ $s + 7 = 0$ $s - 7 = 0$ $s = 7$

الفصل الدراسي الثاني الصف الأول الثانوي

٢٢ المستقيم الذي معادلته $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1$ يصنع مع محور الإحداثيات مثلثاً مساحته = وحدة مربعة

3 6 9 18

٢٣ إذا كان P ، B مصفوفتين وكان P معرف فإن $(P^T)^T =$

P^T $(P^T)^T$ $B^T P^T$ B

٢٤ P B ح مثلث قائم في ح ، $P = 8$ سم ، ق $(\frac{3}{4}, \frac{1}{2})$ فإن $\angle C =$ لأقرب سم

3 4 5 6

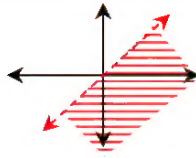
٢٥ المستقيم العمودي على المستقيم $\vec{r} = (0, 5) + t(3, 1)$ يصنع مع الاتجاه الموجب محور السينات زاوية قياسها°

30 60 120 150

٢٦ النقطتين $P(2, 3)$ ، $B(-4, 1)$ تقعان على من الخط المستقيم ل : $3x - y + 5 = 0$

جانب واحد جانبيين مختلفين الخط المستقيم غير ذلك

٢٧ في الشكل المقابل :



يمثل مجموعة حل المتباينة بيانياً في ح × ح

$x > 2$ $x = 2$ $x < 2$ $x > 3$

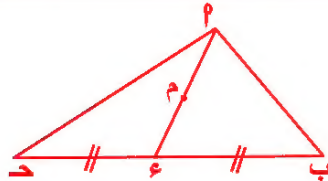
٢٨ المقدار $\cos(\theta - 90^\circ)$ قتا $(\theta - 90^\circ)$ في أبسط صورة يساوي

1 $\cos \theta$ $\sin \theta$ $\cos \theta$

٢٩ الصورة القطبية لمتجه $\vec{P} = (8, 3\sqrt{2})$ هي

$(8, 30^\circ)$ $(16, \frac{\pi}{6})$ $(16, \frac{\pi}{3})$ $(8, \frac{\pi}{6})$

٣٠ في الشكل المقابل : م نقطة تقاطع متوسطات المثلث



فإن $\vec{AM} + \vec{BM} =$

\vec{AM} \vec{BM} \vec{CM} \vec{AB}

٣١ المصفوفة $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ بطريقتي السرد هي

$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

٣٢ إذا كان $\pi \geq \theta > \pi/2$ وكانت θ جتا $\theta + 1 = \text{صفر}$ فإن $\theta = \dots\dots\dots^\circ$

٢١٠ ٢٤٠ ٣٠٠ ٣٣٠

٣٣ قياس الزاوية التي يصنعها المستقيم $3 - \text{ص} + 5 = 0$ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات هي $\dots\dots\dots^\circ$

٣٠ ٤٥ ٦٠ ٩٠

٣٤ طول العمود المرسوم من النقطة $(1, 1)$ إلى المستقيم $\text{ص} + \text{ص} = 0$ يساوي.....وحدة طول

١ ٢ ٣ ٤

٣٥ إذا كان $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$ فإن $2 + 5 - 2 = \dots\dots\dots$

$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$

٣٦ مساحة سطح المثلث المتساوي الأضلاع الذي طول ضلعه ٦ سم يساوي.....سم^٢

٣٦ ٣٦ ٣٦ ٣٦

٣٧ إذا كان $\vec{m} = (3, 2)$ ، $\vec{n} = (3, 4)$ ، $\vec{m} \perp \vec{n}$ فإن $k = \dots\dots\dots$

٢- $\frac{9}{2}$ $\frac{9}{2}$ ٢

٣٨ إذا كان $\vec{c} = 12$ ، $\vec{c} = 8$ فإن $\vec{c} = \dots\dots\dots$

٢٠ ٢٠- ٤ ٤-

٣٩ النقطة التي تنتمي إلى مجموعة حل المتباينات الآتية $2 < \text{ص}$ ، $1 < \text{ص}$ ، $\text{ص} \leq 3$ هي

$(1, 2)$ $(2, 1)$ $(2, 3)$ $(3, 1)$

٤٠ الحل العام للمعادلة $\theta + 1 = \text{صفر}$ يمكن أن يكون

$\frac{\pi}{2}$ $\pi + \frac{\pi^3}{2}$ $\pi^2 + \frac{\pi^3}{2}$ $\pi^2 + \frac{\pi}{2}$